



γ. η μέγιστη δύναμη επαναφοράς τετραπλασιάζεται

δ. η μέγιστη ταχύτητα παραμένει σταθερή.

**1. A. 6.** [ΟΕΦΕ 2001] Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$  η κινητική ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια στις θέσεις:

α.  $x = 0$                       β.  $x = \pm A$                       γ.  $x = \frac{\pm A\sqrt{2}}{2}$                       δ.  $x = \pm A\sqrt{2}$

**1. A. 7.** [Ημ. Λύκειο Μά 2002] Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης  $F$ . Αν  $x$  είναι η απομάκρυνση του σημείου από τη θέση ισορροπίας του και  $D$  θετική σταθερά, τότε για τη δύναμη ισχύει:

α.  $F = D$                       β.  $F = D \cdot x$                       γ.  $F = -D \cdot x$                       δ.  $F = 0$

**1. A. 8.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2003] Ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Όταν διέρχεται από θέση ισορροπίας

α. η κινητική του ενέργεια είναι μηδέν.

β. η επιτάχυνσή του είναι μέγιστη.

γ. η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν.

δ. η δυναμική του ενέργεια είναι μέγιστη.

**1. A. 9.** [Ημ. Λύκειο Μά 2003] Ο ωροδείκτης ενός ρολογιού έχει περίοδο σε ώρες ( $h$ ):

α. 1 h                      β. 12 h                      γ. 24 h                      δ. 48 h

**1. A. 10.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2003] Η σχέση που συνδέει την περίοδο ( $T$ ) και τη συχνότητα ( $f$ ) σε ένα περιοδικό φαινόμενο, είναι

α.  $f^2 = T$ .                      β.  $f \cdot T = 1$ .                      γ.  $T^2 \cdot f = 1$ .                      δ.  $T \cdot f^2 = 1$ .

**1. A. 11.** [ΟΕΦΕ 2003] Η επιτάχυνση ενός υλικού σημείου, τα οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση,

α. είναι μέγιστη στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης,

β. είναι σταθερή.

γ. έχει μέτρο ανάλογο της απομάκρυνσης του σημείου από τη θέση ισορροπίας του.

δ. έχει την ίδια φάση με την ταχύτητα του υλικού σημείου.

**1. A. 12.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2004] Σε μία γραμμική αρμονική ταλάντωση διπλασιάζουμε το πλάτος της. Τότε:

α. η περίοδος διπλασιάζεται.

β. η συχνότητα διπλασιάζεται.

γ. η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή.

δ. η μέγιστη ταχύτητα διπλασιάζεται.

**1. A. 13.** [Εξετάσεις Ελλήνων Εξωτερικού 2004] Ένα σύστημα ελατηρίου - μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ . Αν τετραπλασιάσουμε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης αυτού του συστήματος, τότε

- α. η συχνότητα ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.
- β. η σταθερά επαναφοράς θα τετραπλασιαστεί.
- γ. το πλάτος της ταλάντωσης θα τετραπλασιαστεί.
- δ. η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.

**1.Α.14.** [ΟΕΦΕ 2004] Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης ενός συστήματος, τότε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας:

- α. παραμένει το ίδιο.
- β. διπλασιάζεται
- γ. υποδιπλασιάζεται.
- δ. τετραπλασιάζεται.

**1.Α.15.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2005] Σώμα μάζας  $m$  που είναι προσδεμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς  $k$ . Όταν απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας κατά  $A$ , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο  $T$ . Αν τετραπλασιάσουμε την απομάκρυνση  $A$ , η περίοδος της ταλάντωσης γίνεται.

- α.  $2T$ .
- β.  $T$ .
- γ.  $T/2$ .
- δ.  $4T$ .

**1.Α.16.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτ. 2005] Ένα σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ . Η ταχύτητα του σώματος

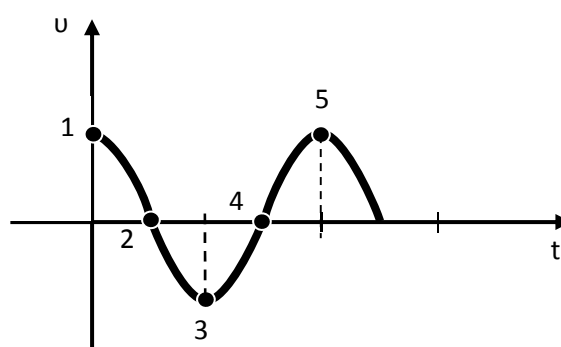
- α. έχει την ίδια φάση με την επιτάχυνση  $a$ .
- β. είναι μέγιστη στις ακραίες θέσεις.
- γ. είναι μέγιστη, κατά μέτρο, στη θέση ισορροπίας.
- δ. έχει πάντα αντίθετη φορά από τη δύναμη επαναφοράς.

**1.Α.17.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2005] Μια μάζα κρέμεται από ένα κατακόρυφο ελατήριο και μετατοπίζεται κατά την κατακόρυφη προς τα κάτω, κατά μία απόσταση  $\gamma$  από το σημείο ισορροπίας της. Αφού αφεθεί ελεύθερη, εκτελεί μία αρμονική περιοδική κίνηση με περίοδο  $T$ . Μετά από χρόνο  $5T/4$  η ταχύτητα της μάζας είναι:

- α. μέγιστη και κινείται προς τα πάνω.
- β. σταθερή
- γ. μέγιστη και κινείται προς τα κάτω
- δ. μηδέν

**1.Α.18.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2006] Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με το χρόνο. Στην περίπτωση αυτή

- α. στα σημεία 1 και 5 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.
- β. στα σημεία 2 και 4 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.
- γ. στα σημεία 4 και 5 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.
- δ. στα σημεία 3 και 4 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.



- 1. A. 19.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2006] Η συχνότητα ταλάντωσης  $f$  ενός συστήματος ελατηρίου - μάζας
- α. είναι ανεξάρτητη από τη σταθερά  $K$  του ελατηρίου.
  - β. είναι ανεξάρτητη από το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης.
  - γ. εξαρτάται από την ενέργεια του ταλαντωτή.
  - δ. είναι ανεξάρτητη από τη μάζα του ταλαντωτή.
- 1. A. 20.** [Ημ. Λύκειο Μά. 2008] Στην απλή αρμονική ταλάντωση, το ταλαντούμενο σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα
- α. στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του.
  - β. όταν η επιτάχυνση είναι μέγιστη.
  - γ. όταν η δύναμη επαναφοράς είναι μέγιστη.
  - δ. όταν η δυναμική του ενέργεια είναι μηδέν.
- 1. A. 21.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2008] Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση έχουν πάντα την ίδια φορά:
- α. η ταχύτητα και η επιτάχυνση.
  - β. η ταχύτητα και η απομάκρυνση.
  - γ. η δύναμη επαναφοράς και η απομάκρυνση.
  - δ. η δύναμη επαναφοράς και η επιτάχυνση.
- 1. A. 22.** [Ημ. Λύκειο Μά. 2009] Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση η απομάκρυνση και η επιτάχυνση την ίδια χρονική στιγμή
- α. έχουν πάντα αντίθετο πρόσημο.
  - β. έχουν πάντα το ίδιο πρόσημο.
  - γ. θα έχουν το ίδιο ή αντίθετο πρόσημο ανάλογα με την αρχική φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης.
  - δ. μερικές φορές έχουν το ίδιο και άλλες φορές έχουν αντίθετο πρόσημο.
- 1. A. 23.** [Εσπ. Λύκειο. Μά 2009] Η συνολική δύναμη  $F$  που ασκείται σε ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση συνδέεται με την απομάκρυνση  $x$  από τη θέση ισορροπίας του σώματος με τη σχέση ( $D$  θετική σταθερά)
- α.  $F = Dx$ .
  - β.  $F = - Dx^2$ .
  - γ.  $F = - Dx$ .
  - δ.  $F = Dx^2$ .
- 1. A. 24.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2010] Όταν σε μια απλή αρμονική ταλάντωση διπλασιάσουμε το πλάτος της, τότε διπλασιάζεται και η
- α. περίοδος.
  - β. συχνότητα.
  - γ. ολική ενέργεια.
  - δ. μέγιστη ταχύτητα.

- 1.Α.25.** [Εσπ Λύκειο. 2011] Στην απλή αρμονική ταλάντωση
- η δυναμική ενέργεια παραμένει σταθερή.
  - η ολική ενέργεια μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.
  - η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή.
  - η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή.
- 1.Α.26.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2011] Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ . Αν το πλάτος της ταλάντωσης αυτής διπλασιαστεί, τότε διπλασιάζεται
- η περίοδος.
  - η συχνότητα.
  - η ολική ενέργεια της ταλάντωσης.
  - η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
- 1.Α.27.** [ΟΕΦΕ 2011] Κατά τη διάρκεια μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης ενός σώματος:
- όταν η συνισταμένη δύναμη έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα, αυξάνεται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.
  - όταν η κινητική ενέργεια του σώματος μειώνεται, μειώνεται και η απόστασή του από τη θέση ισορροπίας.
  - όταν το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος αυξάνεται, αυξάνεται η κινητική του ενέργεια.
  - όταν το σώμα επιβραδύνεται, η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης αυξάνεται.
- 1.Α.28.** [ΟΕΦΕ 2012]
- Ένα σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τις χρονικές στιγμές που το μέτρο της ταχύτητας του αντικειμένου είναι μέγιστο, το μέτρο της συνολικής δύναμης που δέχεται είναι:
- μέγιστο
  - ίσο με το μισό της μέγιστης τιμής του
  - ίσο με το μηδέν
  - κανένα από τα παραπάνω

**ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ**

- 1.Α.29.** [[Εσπ. Λύκειο Μάι 2002] Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα που αναφέρεται στην απλή αρμονική ταλάντωση και να συμπληρώσετε τα κενά με τα κατάλληλα μέτρα των φυσικών μεγεθών.

$x$ (απομάκρυνση)	$U$ (δυναμική ενέργεια)	$K$ (κινητική ενέργεια)
0		
$x_1$	$6 J$	
$x_2$	$5 J$	$4 J$
$A$		

**ΣΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ**

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

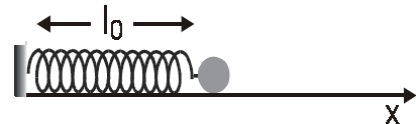
- 1. A. 30. [Ημ. Λύκειο Μά 2007] Η περίοδος και η συχνότητα ενός περιοδικού φαινομένου είναι μεγέθη αντίστροφα.
- 1. A. 31. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2008] Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
- 1. A. 32. [ΟΕΦΕ 2008] Στην απλή αρμονική ταλάντωση ενός σώματος, η απομάκρυνση και η ταχύτητά του έχουν ίσες φάσεις.
- 1. A. 33. [Εσπ. Λύκειο Μά. 2010] Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η ταχύτητά του είναι μηδέν.
- 1. A. 34. [Ημ. + Εσπ Λύκειο. Επαναλ. 2011] Η ενέργεια ταλάντωσης στην απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.

**ΘΕΜΑ Β**

1. B. 1. [Ημ. Λύκειο Μά 2000] Σύστημα ελατηρίου - μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος  $A$  και εξίσωση απομάκρυνσης  $x = A \eta\mu\omega t$ . Σε ποιες απομακρύνσεις από τη θέση ισορροπίας η κινητική ενέργεια του ταλαντωτή είναι ίση με τη δυναμική ενέργειά του; Να εκφραστούν οι απομακρύνσεις σαν συνάρτηση του  $A$ .

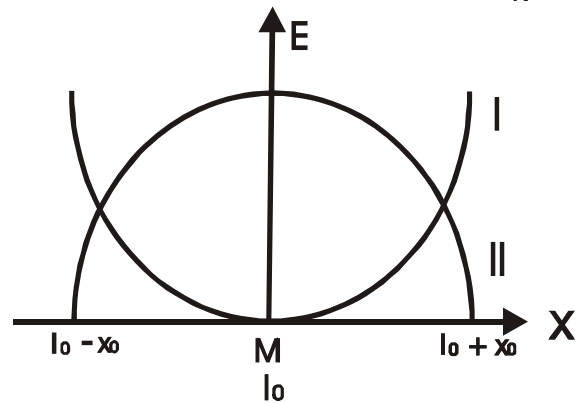
Μονάδες 10

1. B. 2. [Ημ. Λύκειο Μά 2001] Στο άκρο ιδανικού ελατηρίου με φυσικό μήκος  $l_0$  και σταθερά ελατηρίου  $k$  είναι συν-



δεδεμένο σώμα μάζας  $m$ , όπως δείχνει το σχήμα.

α. Ποια από τις καμπύλες I και II του παρακάτω διαγράμματος αντιστοιχεί στη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου και ποια στην κινητική ενέργεια του σώματος;



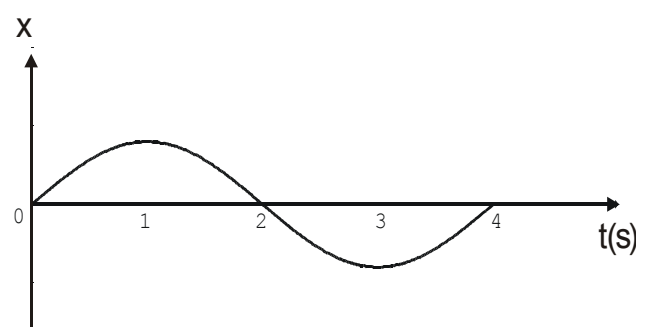
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

β. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της ολικής ενέργειας, αφού μεταφέρετε το παραπάνω διάγραμμα στο τετράδιό σας.

Μονάδες 6

**1.Β.3.** [Ημ. Λόκειο Επαναλ. 2001] Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης  $x$  σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$ .



α. Να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης.

Μονάδες 4

β. Σε ποιες χρονικές στιγμές η ταχύτητα του σώματος θα είναι μηδέν; Μονάδες 4

**1.Β.4.** [ΟΕΦΕ 2001] Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα  $\omega$  και πλάτος  $A$ . Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης  $x$ , της ταχύτητας  $v$  και της επιτάχυνσης  $a$  του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, αν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι  $x = 0$  και  $v < 0$ .

**1.Β.5.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2002] Δύο απλοί αρμονικοί ταλαντωτές  $A$  και  $B$  που εκτελούν αμείωτες αρμονικές ταλαντώσεις του ίδιου πλάτους, έχουν σταθερές επαναφοράς  $D_A$  και  $D_B$  αντίστοιχα, με  $D_A > D_B$ . Ποιος έχει μεγαλύτερη ολική ενέργεια;

α. Ο ταλαντωτής  $A$

β. Ο ταλαντωτής  $B$

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**1.Β.6.** [Ημ. Λόκειο Μά 2003] Σώμα μάζας  $m$  εκτελεί γραμμική απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση  $x$  του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση  $x = A \eta\mu\omega t$ , όπου  $A$  το πλάτος της ταλάντωσης και  $\omega$  η γωνιακή συχνότητα. Να αποδείξετε ότι η συνολική δύναμη, που δέχεται το σώμα σε τυχαία θέση της τροχιάς του, δίνεται από τη σχέση  $F = -m\omega^2 x$ .

Μονάδες 6

**1.Β.7.** [Ημερ. Λόκειο Μά 2004] Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με ίσες μάζες ισορροπούν κρεμασμένα από κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές  $k_1$  και  $k_2$  αντίστοιχα, που συνδέονται με τη σχέση  $k_1 = \frac{k_2}{2}$ . Απομακρύνουμε τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  από τη θέση ισορροπίας τους

κατακόρυφα προς τα κάτω κατά  $x$  και  $2x$  αντίστοιχα και τα αφήνουμε ελεύθερα την ίδια χρονική στιγμή, οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Τα σώματα διέρχονται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας τους:

α. ταυτόχρονα.

β. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το  $\Sigma_1$ .

γ. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το  $\Sigma_2$ .

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

**1.Β.8.** [Ημ. Λόκειο Μά 2005] Σώμα μάζας  $M$  έχει προσδεθεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$  του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά απόσταση  $a$  από τη

θέση ισορροπίας και το αφήνουμε ελεύθερο να κάνει ταλάντωση. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα και με ένα άλλο ελατήριο σταθεράς  $k' = 4k$ . Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των δυναμικών ενεργειών των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση στο ίδιο διάγραμμα. Μονάδες 6

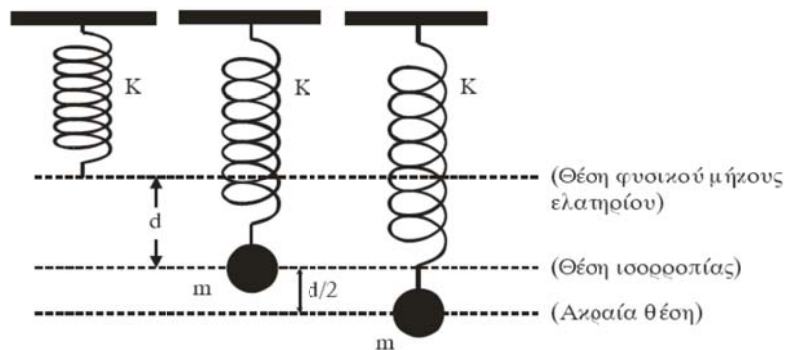
**1.Β.9.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2007] Στα κάτω άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων Α και Β των οποίων τα άλλα άκρα είναι ακλόνητα στερεωμένα, ισορροπούν δύο σώματα με ίσες μάζες. Απομακρύνουμε και τα δύο σώματα προς τα κάτω κατά  $d$  και τα αφήνουμε ελεύθερα, ώστε αυτά να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η σταθερά του ελατηρίου Α είναι τετραπλάσια από τη σταθερά του ελατηρίου Β, ποιος είναι τότε ο λόγος των μέγιστων ταχυτήτων  $\frac{v_{A,max}}{v_{B,max}}$  των δύο σωμάτων;

- α.  $\frac{1}{2}$                       β. 1                      γ. 2

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.  
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2  
Μονάδες 6

**1.Β.10.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2008] Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K$ , η πάνω άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, σώμα μάζας  $m$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $d/2$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



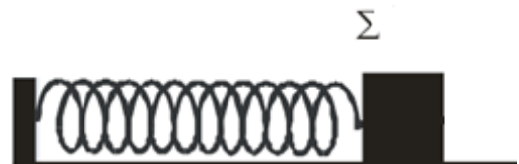
Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι  $d$ . Στην κατώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος, ο λόγος της δύναμης του ελατηρίου προς τη δύναμη επαναφοράς είναι

- α.  $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = \frac{1}{3}$                       β.  $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = 3$                       γ.  $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = 2$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.  
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3  
Μονάδες 6

**1.Β.11.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2008] Το σώμα  $\Sigma_1$  του παρακάτω σχήματος είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$  σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του  $\Sigma_1$  είναι  $a_{1max}$ .





Το σώμα  $\Sigma_1$  αντικαθίσταται από άλλο σώμα  $\Sigma_2$  διπλάσιας μάζας, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ίδιου πλάτους  $A$ .

Για το μέτρο  $a_{2max}$  της μέγιστης επιτάχυνσης του  $\Sigma_2$ , ισχύει:

α.  $a_{2max} = \frac{a_{1max}}{2}$                       β.  $a_{2max} = a_{1max}$                       γ.  $a_{2max} = 2 \cdot a_{1max}$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

**1.Β.12.** [ΟΕΦΕ 2008] Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους  $A$ . Τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα διέρχεται από τη θέση  $x = +\frac{A}{2}$  ο λόγος της κινητικής ενέργειας προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

α.  $\frac{K}{U} = \frac{1}{3}$                       β.  $\frac{K}{U} = 1$                       γ.  $\frac{K}{U} = 3$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**1.Β.13.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2009] Υλικό σημείο  $\Sigma$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$  και κυκλικής συχνότητας  $\omega$ . Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητάς του είναι  $u_0$  και του μέτρου της επιτάχυνσής του είναι  $a_0$ . Αν  $x$ ,  $u$ ,  $a$  είναι τα μέτρα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του  $\Sigma$  αντίστοιχα, τότε σε κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

α.  $u^2 = \omega(A^2 - x^2)$ .    β.  $x^2 = \omega^2(a_0^2 - a^2)$ .    γ.  $a^2 = \omega^2(u_0^2 - u^2)$ . Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**1.Β.14.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2009] Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K$  ισορροπεί σώμα μάζας  $m$ . Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω και το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Αν η εκτροπή ήταν μεγαλύτερη, τότε ο χρόνος μιας πλήρους αρμονικής ταλάντωσης του σώματος θα ήταν

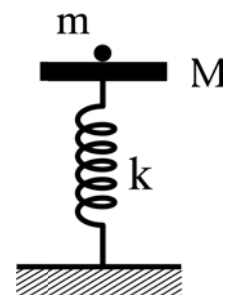
α. μεγαλύτερος, β. μικρότερος, γ. ίδιος και στις δύο περιπτώσεις.

Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 5

**1.Β.15.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2010] Δίσκος μάζας  $M$  είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k$ , και ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος.



Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας  $m$ . Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

α.  $\frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{k}$                       β.  $\frac{1}{2} \frac{M^2 g^2}{k}$                       γ.  $\frac{1}{2} \frac{(m + M)^2}{k} g^2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

**1.Β.16.** [Εσπερ. Λόκειο Επαναλ. 2010] Από δύο ελατήρια Α και Β είναι εξαρτημένα δύο σώματα της ίδιας μάζας, τα οποία εκτελούν κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση. Το ελατήριο Α έχει σταθερά επαναφοράς μεγαλύτερη από αυτήν του Β.

Η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος στο Α είναι

- α. μεγαλύτερη από αυτήν στο Β.
- β. μικρότερη από αυτήν στο Β.
- γ. ίση με αυτήν στο Β.

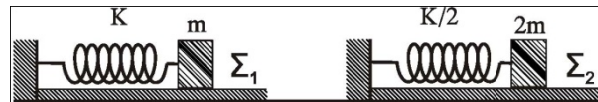
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (μονάδες 6)

Μονάδες 8

**1.Β.17.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2010] Τα δύο σώματα Σ<sub>1</sub> και Σ<sub>2</sub> με μάζες m και 2m αντίστοιχα είναι δεμένα στα άκρα δύο ελατηρίων

με σταθερές K και  $\frac{K}{2}$ , όπως φαίνεται στο



σχήμα, και εκτελούν απλές αρμονικές ταλα-

ντώσεις με ίσες ενέργειες ταλάντωσης. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Το πλάτος ταλάντωσης A<sub>1</sub> του σώματος Σ<sub>1</sub> είναι

- α. μικρότερο
- β. ίσο
- γ. μεγαλύτερο

από το πλάτος ταλάντωσης A<sub>2</sub> του σώματος Σ<sub>2</sub>.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

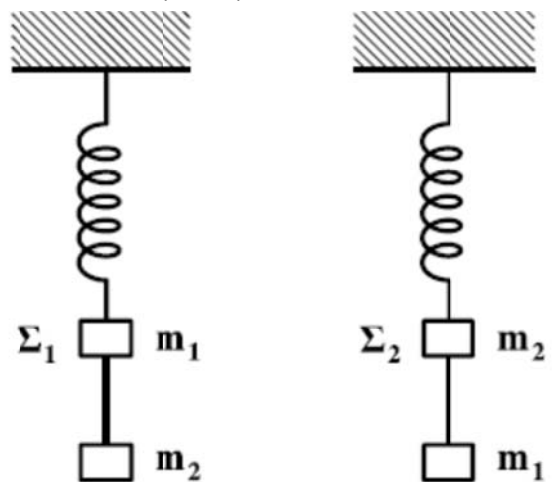
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (μονάδες 7)

Μονάδες 9

**1.Β.18.** [Ημερ+Εσπερ. Λόκειο Μά 2011] Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ<sub>1</sub> μάζας m<sub>1</sub> και Σ<sub>2</sub> μάζας m<sub>2</sub>. Κάτω από το σώμα Σ<sub>1</sub> δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m<sub>2</sub>, ενώ κάτω από το Σ<sub>2</sub> σώμα μάζας m<sub>1</sub> (m<sub>1</sub> ≠ m<sub>2</sub>), όπως φαίνεται στο σχήμα.

Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα Σ<sub>1</sub> και Σ<sub>2</sub> αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ<sub>1</sub> είναι E<sub>1</sub> και του Σ<sub>2</sub> είναι E<sub>2</sub>, τότε:

- α.  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$
- β.  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$
- γ.  $\frac{E_1}{E_2} = 1$



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

## ΘΕΜΑ Γ

**1.Γ.1.** [ΟΕΦΕ 2002] Στο ελεύθερο άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100\text{N/m}$  εξαρτάται σώμα μάζας  $m = 1\text{kg}$ . Το άνω άκρο του ελατηρίου είναι σταθερά στερεωμένο. Ανυψώνουμε το σώμα κατακόρυφα, ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  του προσδίδουμε κατακόρυφη ταχύτητα μέτρου  $v = \sqrt{3} \text{ m/s}$  με φορά προς τα κάτω.

- α. Να υπολογίσετε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος.
  - β. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο.
  - γ. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του ελατηρίου κατά τη μετατόπιση του σώματος από το σημείο εκκίνησης μέχρι το κατώτερο σημείο της τροχιάς του.
- Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**1.Γ.2.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2006] Το σώμα  $\Sigma$  του σχήματος είναι συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 900 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο  $T = (\pi/15) \text{ s}$ . Το σώμα τη χρονική στιγμή  $t = 0$  διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα  $v = 6 \text{ m/s}$  κινούμενο προς τα δεξιά.

Να βρείτε:

- A. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

Μονάδες 5



- B. Τη μάζα του σώματος.

Μονάδες 5

- Γ. Την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από 0 έως  $(2\pi/15) \text{ s}$ .

Μονάδες 8

- Δ. Για ποιες απομακρύνσεις ισχύει  $K = 3U$ , όπου  $K$  η κινητική ενέργεια και  $U$  η δυναμική ενέργεια του συστήματος.

Μονάδες 7

**1.Γ.3.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2007] Στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σώμα μάζας  $m_1 = 1,44\text{kg}$ , ενώ το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο. Πάνω στο σώμα κάθετα είναι πουλι μάζας  $m_2$  και το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του συστήματος είναι  $0,4\pi\text{m/s}$  και η δυναμική του ενέργεια μηδενίζεται κάθε  $0,5\text{s}$ . Όταν το σύστημα διέρχεται από την ακραία θέση ταλάντωσης, το πουλί πετά κατακόρυφα και το νέο σύστημα ταλαντώνεται με κυκλική συχνότητα  $2,5\pi\text{rad/s}$  Να βρείτε:

- A. Την περίοδο και το πλάτος της αρχικής ταλάντωσης.

Μονάδες 6

- B. Τη σταθερά του ελατηρίου.

Μονάδες 6

- Γ. Τη μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης.

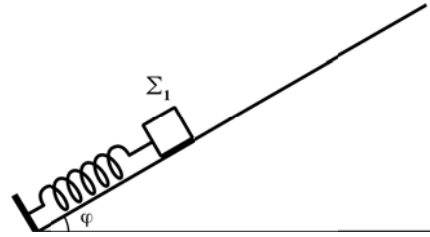
Μονάδες 6

- Δ. Τη μάζα του πουλιού.

Μονάδες 7

**1.Γ.4.** [Ημερ., Λύκειο Επαυλ 2010] Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1\text{kg}$  ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον οριζοντα γωνία  $\varphi = 30^\circ$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K = 100\text{N/m}$  το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Εκτρέπουμε το σώμα  $\Sigma_1$  κατά  $d_1 = 0,1\text{m}$  από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και το αφήνουμε ελεύθερο.



**Γ1.** Να αποδείξετε ότι το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Μονάδες 5

**Γ2.** Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$ . Μονάδες 5

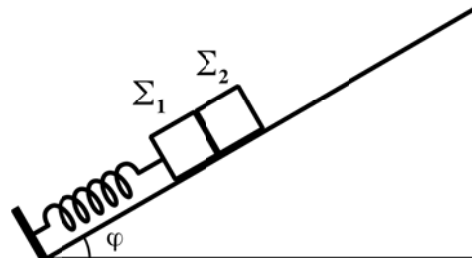
Μετακινούμε το σώμα  $\Sigma_1$  προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι το ελατήριο να συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά  $\Delta\ell = 0,3\text{m}$ . Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1\text{kg}$  στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να είναι σε επαφή με το σώμα  $\Sigma_1$ , και ύστερα αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.

**Γ3.** Να υπολογίσετε τη σταθερά επαφής του σώματος  $\Sigma_2$  κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του.

Μονάδες 6

**Γ4.** Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από τη θέση που αφήσαμε ελεύθερα τα σώματα χάνεται η επαφή μεταξύ τους. Μονάδες 9

Δίνονται:  $\eta_{30^\circ} = 1/2$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$



### ΘΕΜΑ Δ

**1.Δ.1.** [Δέση 1992] Θεωρούμε κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο  $AB$  ακτίνας  $R = 2\text{m}$  που εφάπτεται στο κάτω άκρο του  $B$  με λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα μάζας  $m_1 = 4\text{kg}$  αφήνεται να γλιστρήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου από το άνω άκρο  $A$ . Το σώμα περνάει από το σημείο  $B$  του τεταρτοκυκλίου με ταχύτητα  $v_B = 5\text{m/s}$  και συνεχίζει να κινείται χωρίς τριβή κατά μήκος της οριζόντιας εφαπτόμενης του τεταρτοκυκλίου στο σημείο  $B$ . Αφού διανύσει κάποιο διάστημα στο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας  $m_2 = 6\text{kg}$  που είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k = 250\text{N/m}$ , το οποίο έχει το άλλο άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τα σώματα μετά τη πλαστική κρούση κινούνται ως μια μάζα και το ελατήριο συσπειρώνεται. Να υπολογιστούν

**A.** Η θερμότητα που παράχθηκε εξ αιτίας της τριβής κατά τη κίνηση του σώματος στο τεταρτοκύκλιο.

**B.** Το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα εξ αιτίας της πλαστικής κρούσης

Γ. Το πλάτος και η περίοδος της ταλάντωσης που κάνει το σύστημα των μαζών μετά την κρούση.

Δ. Να δοθεί η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται ότι η κίνηση του συστήματος των μαζών γίνεται κατά τον άξονα του ελατηρίου, ότι το ελατήριο υπακούει το νόμο του Hooke και ότι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Το οριζόντιο επίπεδο, το οποίο διέρχεται από το σημείο Β θεωρείται ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

**1.Δ.2.** [Δέσμη 2001] Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο επίπεδο. Στο άλλο άκρο του συνδέεται σταθερά σώμα Α μάζας  $M = 3 \text{ kg}$ . Πάνω στο σώμα Α είναι τοποθετημένο σώμα Β μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο από το φυσικό του μήκος κατά  $y_1 = 0,4 \text{ m}$ . Στη συνέχεια εκτρέπουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά  $y_2 = 0,8 \text{ m}$  από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή  $t = 0$ .

α. Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα  $\omega$  της ταλάντωσης του συστήματος και τη σταθερά επαναφοράς  $D$  καθεμιάς μάζας ξεχωριστά.

β. Να δείξετε ότι το σώμα Β θα εγκαταλείψει το σώμα Α και να βρείτε τη θέση και την ταχύτητα που έχει εκείνη τη χρονική στιγμή.

γ. Να υπολογίσετε την ώθηση της δύναμης του ελατηρίου από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή που το σώμα Β εγκαταλείπει το σώμα Α.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**1.Δ.3.** [Ημ. Λύκειο Σεπτ 2000] Το ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$  στερεώνεται ακλόνητα από οροφή. Στο ελεύθερο άκρο του προσδένεται σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ . Το σύστημα ελατήριο - μάζα ισορροπεί και προσφέρουμε σε αυτό ενέργεια  $8 \text{ joule}$ , αναγκάζοντάς το να εκτελέσει κατακόρυφη ταλάντωση κινούμενο αρχικά προς τα κάτω. Κάποια χρονική στιγμή το σώμα διέρχεται για πρώτη φορά από σημείο Α της τροχιάς του με ταχύτητα  $v = -2\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Ως θετική φορά θεωρείται η φορά του βάρους του σώματος.

α. Να δείξετε ότι η ταλάντωση είναι απλή αρμονική και να υπολογίσετε το πλάτος της.

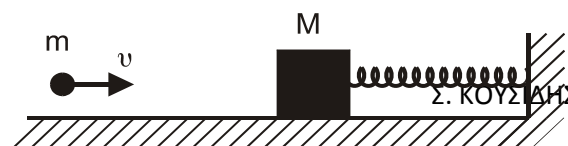
Μονάδες 8

β. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σημείου Α από τη θέση ισορροπίας. Μονάδες 8

γ. Να υπολογίσετε το χρόνο που απαιτείται για τη μετάβαση του σώματος από το σημείο Α στη θέση ισορροπίας για πρώτη φορά.

Μονάδες 9

**1.Δ.4.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2002] Ακίνητο σώμα μάζας  $M = 9 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς



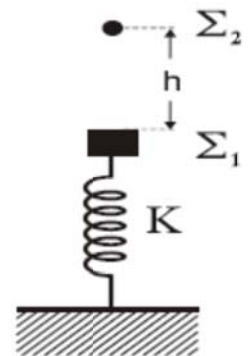
$k = 1000\text{N/m}$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένη, όπως φαίνεται στο σχήμα. Βλήμα μάζας  $m = 1 \cdot 10^{-2}\text{kg}$  που κινείται κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα  $u$ , συγκρούεται με το ακίνητο σώμα μάζας  $M$  και σφηνώνεται σ' αυτό. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A = 0,1\text{m}$ .

**A.** Να υπολογίσετε:

- α.** την περίοδο  $T$  της ταλάντωσης του συσσωματώματος. Μονάδες 4
- β.** την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 8
- γ.** την ταχύτητα  $u$ , με την οποία το βλήμα προσκρούει στο σώμα μάζας  $M$ . Μονάδες 8

**B.** Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο Μονάδες 5

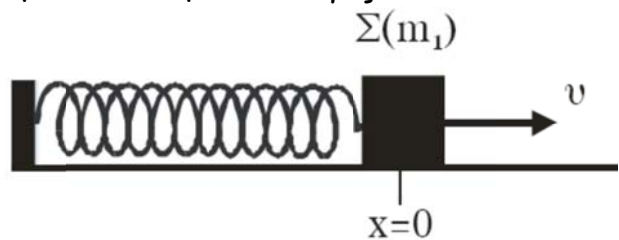
**1.Δ.5.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2006] Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $K = 100\text{N/m}$  έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο επάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $M = 4\text{kg}$  που ισορροπεί. Δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  με μάζα  $m = 1\text{kg}$  βρίσκεται πάνω από το πρώτο σώμα  $\Sigma_1$  σε άγνωστο ύψος  $h$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετακινούμε το σώμα  $\Sigma_1$  προς τα κάτω κατά  $d = \frac{\pi}{20}m$  και το αφήνουμε ελεύθερο, ενώ την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$ .



- α.** Να υπολογίσετε την τιμή του ύψους  $h$  ώστε τα δύο σώματα να συναντηθούν στη θέση ισορροπίας του σώματος  $\Sigma_1$ . Μονάδες 6
- β.** Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία. Μονάδες 6
- γ.** Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος. Μονάδες 6
- δ.** Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα. Μονάδες 7

Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ . Να θεωρήσετε ότι  $\pi^2 \approx 10$ .

**1.Δ.6.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2007] Ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m_1$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. το σύστημα ελατήριο - μάζα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα  $\Sigma$  διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma$  δίνεται από τη σχέση  $x = 0,1 \eta\mu 10t$  (SI). Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι  $E = 6\text{J}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{10} \text{ s}$  στο σώμα  $\Sigma$  σφηνώνεται βλήμα μάζας  $m_2 = \frac{m_1}{2}$  κινούμενο με ταχύτητα  $u_2$  κατά την αρνητική φορά. Το συσσωμάτωμα που

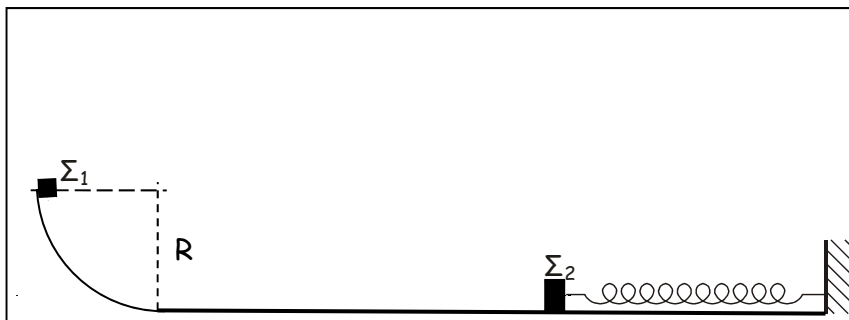


προκύπτει μετά την κρούση εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A' = 0,1\sqrt{6} \text{ m}$ .

- α. Να υπολογίσετε τη σταθερά  $k$  του ελατηρίου (μονάδες 4) και τη μάζα  $m_1$  του σώματος  $\Sigma$  (μονάδες 4) Μονάδες 8
- β. Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια  $E'$  (μονάδες 4) και τη γωνιακή συχνότητα  $\omega'$  της ταλάντωσης του συσσωματώματος (μονάδες 4). Μονάδες 8
- γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα  $u_2$  του βλήματος πριν από την κρούση. Μονάδες 9

**1.Δ.7.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2008]

Το σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1\text{kg}$  του επόμενου σχήματος αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας  $R = 1,8\text{m}$ . Στη συνέχεια το



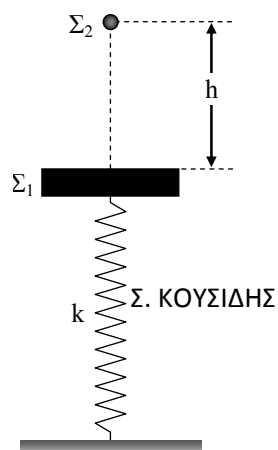
σώμα  $\Sigma_1$  κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 2\text{kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k = 300\text{N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του  $\Sigma_1$  είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρείτε:

- A. Την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$ , στο οριζόντιο επίπεδο, πριν συγκρουστεί με το  $\Sigma_2$ . Μονάδες 6
  - B. Την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 6
  - Γ. Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα, μέχρι η ταχύτητά του να μηδενιστεί για πρώτη φορά. Μονάδες 6
  - Δ. Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για δεύτερη φορά. Μονάδες 7
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**1.Δ.8.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2009] Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 7\text{kg}$  ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K = 100\text{N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Από ύψος  $h = 3,2\text{m}$  πάνω από το  $\Sigma_1$  στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1\text{kg}$ , το οποίο συγκρούεται με το  $\Sigma_1$  κεντρικά και πλαστικά.

Να υπολογίσετε

- α. το μέτρο της ταχύτητας  $u_2$  του  $\Sigma_2$  οριακά πριν αυτό συγκρουστεί με το  $\Sigma_1$ . Μονάδες 6
- β. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 6

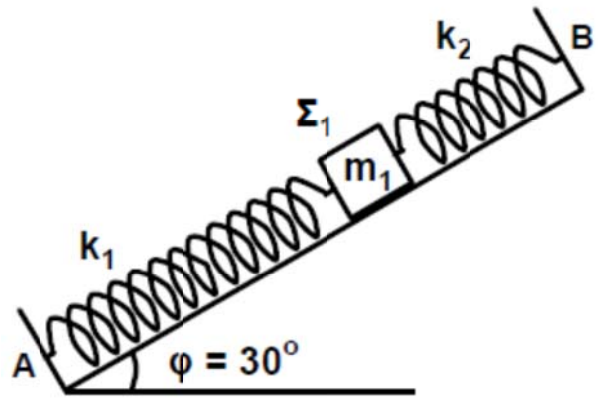


γ. το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης του συσσωματώματος. Μονάδες 6

δ. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου. Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**1.Δ.9.** [Ημ. Λύκειο Μάιος, 2012] Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης  $\varphi=30^\circ$ . Στα σημεία  $A$  και  $B$  στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές  $k_1=60\text{N/m}$  και  $k_2=140\text{N/m}$  αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=2\text{kg}$  και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).



Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  αφήνουμε το σώμα  $\Sigma_1$  ελεύθερο.

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Μονάδες 5

**Δ2.** Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma_1$  από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά από το  $A$  προς το  $B$ . Μονάδες 7

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα  $\Sigma_1$  βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα  $\Sigma_2$  μικρών διαστάσεων μάζας  $m_2=6\text{ kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα  $\Sigma_1$  λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

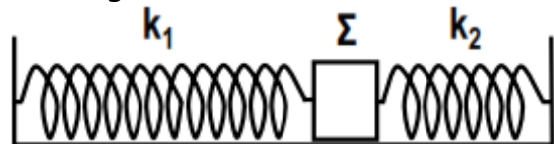
**Δ3.** Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_2$ . Μονάδες 6

**Δ4.** Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , ώστε το  $\Sigma_2$  να μην ολισθαίνει σε σχέση με το  $\Sigma_1$ .

Δίνονται:  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Μονάδες 7

**1.Δ.10.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2012] Στα δύο άκρα λείου επιπέδου στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές  $k_1 = 60\text{N/m}$  και  $k_2 = 140\text{N/m}$  αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m = 2\text{kg}$  ώστε τα ελατήρια να έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).



Εκτρέπουμε το σώμα  $\Sigma$  κατά  $A = 0,2\text{m}$  προς τα δεξιά και τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  αφήνουμε το σώμα ελεύθερο.

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι το σώμα  $\Sigma$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Μονάδες 4

**Δ2.** Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma$  από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική την φορά προς τα δεξιά.

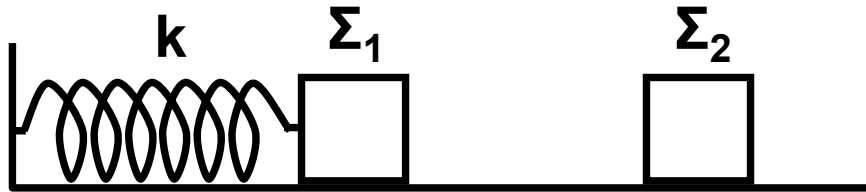
Μονάδες 7



**Δ3.** Να εκφράσετε το λόγο της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης προς τη μέγιστη κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$ . **Μονάδες 6**

**Δ4.** Τη στιγμή που το ελατήριο βρίσκεται στη θέση  $x = +\frac{A}{2}$  αφαιρείται ακαριαία το ελατήριο  $k_2$ . Να υπολογίσετε το πλάτος της νέας ταλάντωσης. **Μονάδες 8**

**1.Δ.11.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2012] Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $M=3 \text{ kg}$ , είναι στερεωμένο στο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο.



Το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος  $A=0,2 \text{ m}$ . Κατά την διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται πλαστικά με άλλο ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m=1 \text{ kg}$ . Η κρούση συμβαίνει στη θέση  $x = \frac{A}{2}$ , όταν το σώμα  $\Sigma_1$  κινείται προς τα δεξιά.

Να υπολογίσετε:

- Δ1.** Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$  ελάχιστα πριν την κρούση. **Μονάδες 6**
- Δ2.** Το ποσοστό ελάττωσης (επί τοις εκατό) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων λόγω της κρούσης. **Μονάδες 6**
- Δ3.** Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση. **Μονάδες 7**
- Δ4.** Την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 6**

## ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

#### ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

**1.Α.35.** [Ημ. Λύκειο Σεπτ 2000] Η διαφορά φάσης μεταξύ της εναλλασσόμενης τάσης στα άκρα ιδανικού πηνίου και της έντασης του ρεύματος που το διαρρέει είναι

α.  $\pi/2$

β.  $\pi$

γ. 0

δ.  $\pi/3$

**1.Α.36.** [Ημ. Λύκειο Μά 2002] Ηλεκτρικό κύκλωμα LC, αμελητέας ωμικής αντίστασης, εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο T. Αν τετραπλασιάσουμε τη χωρητικότητα του πυ-

κνωτή χωρίς να μεταβάλουμε το συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου, τότε η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης θα είναι:

α.  $T/2$ β.  $T$ γ.  $2T$ δ.  $4T$  .

**1. A. 37.** [ΟΕΦΕ 2002] Ιδανικό κύκλωμα LC εκτελεί ταλαντώσεις και το φορτίο του πυκνωτή δίνεται από την εξίσωση  $q = Q \cos \frac{2\pi}{T} t$ . Τη χρονική στιγμή  $t = T/4$

α. η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι ίση με την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή.

β. η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι μέγιστη.

γ. η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι μέγιστη.

δ. η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι ίση με το  $\frac{1}{4}$  της ολικής ενέργειας του κυκλώματος.

**1. A. 38.** [Ημ. Λύκειο Επαυλ. 2003] Η εξίσωση που δίνει την ένταση του ρεύματος σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC είναι  $i = -0,5 \eta\mu 10^4 t$  στο S.I. Η μέγιστη τιμή του φορτίου του πυκνωτή του κυκλώματος είναι ίση με

α.  $0,5 C$ β.  $0,5 \cdot 10^4 C$ γ.  $10^4 C$ δ.  $5 \cdot 10^{-5} C$ .

**1. A. 39.** [Ημ. Λύκειο Μα 2004] Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC στη διάρκεια μιας περιόδου η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου:

α. μία φορά.

β. δύο φορές.

γ. τέσσερις φορές.

δ. έξι φορές.

**1. A. 40.** [ΟΕΦΕ 2005] Ιδανικό κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή στο κύκλωμα είναι μέγιστο,

α. η ένταση του ρεύματος είναι μέγιστη.

β. η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι ίση με την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή.

γ. η ένταση του ρεύματος είναι μηδέν.

δ. η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι μηδέν.

**1. A. 41.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2006] Σε ένα ιδανικό κύκλωμα LC το φορτίο του πυκνωτή μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $q = Q \cos \omega t$ . Για το σύστημα αυτό

α. η περίοδος ταλάντωσης του κυκλώματος δίνεται από τη σχέση  $T = 2\pi / \sqrt{LC}$

β. η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα περιγράφεται από τη σχέση  $i = -Q\omega \sin \omega t$ .

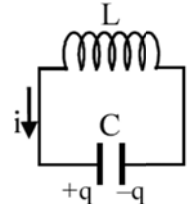
γ. τη χρονική στιγμή  $t=0$  η ενέργεια του πυκνωτή είναι 0.

δ. η ενέργεια του πυκνωτή μια τυχαία χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση  $U = Cq^2 / 2$ .

1. A. 42. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2006] Σε κύκλωμα αμείωτων ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC

- α. η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη σχέση  $U_E = \frac{1}{2} C \cdot q^2$
- β. το άθροισμα των ενεργειών ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου κάθε χρονική στιγμή είναι σταθερό.
- γ. η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.
- δ. όταν η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου γίνεται μέγιστη η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα μηδενίζεται.

1. A. 43. [ΟΕΦΕ 2006] Για κάποιο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , η πολικότητα του πυκνωτή και η φορά του ρεύματος σε ένα ιδανικό κύκλωμα LC, που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις, φαίνονται στο επόμενο σχήμα. Στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ :



- α. Η απόλυτη τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος αυξάνεται, το ίδιο και η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου.
- β. Η απόλυτη τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος μειώνεται και η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου αυξάνεται.
- γ. Η απόλυτη τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος αυξάνεται και η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου μειώνεται.
- δ. Η απόλυτη τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος μειώνεται, το ίδιο και η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου.

1. A. 44. [Ημ. Λύκειο Μά 2007] Η εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή σε ένα κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC, το οποίο εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις μέγιστου φορτίου Q και γωνιακής συχνότητας  $\omega$ , δίνεται από τη σχέση  $q = Q \sin \omega t$ .

Η εξίσωση της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα δίνεται από τη σχέση

- α.  $i = - Q \omega \cos \omega t$
- β.  $i = - \frac{Q}{\omega} \sin \omega t$
- γ.  $i = Q \omega \sin \omega t$
- δ.  $i = Q \omega \cos \omega t$

1. A. 45. [ΟΕΦΕ 2008] Ένα ιδανικό κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Όταν η τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι μέγιστη, τότε:

- α. Το φορτίο του πυκνωτή γίνεται μέγιστο.
- β. Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή ισούται με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.
- γ. Η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή ισούται με μηδέν.
- δ. Η ενέργεια της ταλάντωσης μηδενίζεται.

1. A. 46. [Ημ. Λύκειο Μά. 2009] Η περίοδος ταλάντωσης ενός ιδανικού κυκλώματος ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC είναι T. Διατηρώντας το ίδιο πηνίο, αλλάζουμε τον πυκνωτή χω-

ρητικότητας  $C_1$  με άλλον πυκνωτή χωρητικότητας  $C_2=4C_1$ . Τότε η περίοδος ταλάντωσης του νέου κυκλώματος θα είναι ίση με :

- α.  $\frac{T}{2}$  .      β.  $3T$ .      γ.  $2T$ .      δ.  $\frac{T}{4}$  .

**1. A. 47.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2009] Σ' ένα ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC το μέγιστο φορτίο Q ενός σπλισμού του πυκνωτή

- α. παραμένει σταθερό.  
β. μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.  
γ. μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.  
δ. αυξάνεται.

**1. A. 48.** [ΟΕΦΕ 2009] Σε κύκλωμα αμείωτων ηλεκτρικών ταλαντώσεων

- α. οι μεταβολές της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα καθυστερούν των μεταβολών του φορτίου του πυκνωτή κατά  $\Delta t = \frac{T}{4}$ .  
β. όταν μειώνεται το φορτίο του πυκνωτή αυξάνεται η ένταση του ρεύματος.  
γ. στη διάρκεια μίας περιόδου ο πυκνωτής φορτίζεται μία φορά και εκφορτίζεται άλλη μία.  
δ. στη διάρκεια μίας περιόδου η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή και η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου γίνονται ίσες μεταξύ τους δυο φορές,

**1. A. 49.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2010] Ένα ιδανικό κύκλωμα πηνίου-πυκνωτή εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση. Η ολική ενέργεια του κυκλώματος

- α. παραμένει συνεχώς σταθερή.  
β. μειώνεται στα χρονικά διαστήματα στα οποία φορτίζεται ο πυκνωτής.  
γ. είναι μικρότερη από την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή.  
δ. είναι περιοδική συνάρτηση του χρόνου.

**1. A. 50.** [Ημ. + Εσπ Λύκειο. 2012] Σε κύκλωμα LC που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις η ολική ενέργεια είναι

- α. ανάλογη του φορτίου του πυκνωτή  
β. ανάλογη του  $q^2(\sqrt{LC})t$   
γ. σταθερή  
δ. ανάλογη της έντασης του ρεύματος.

**ΣΦΡΑΣΤΟΥ - ΛΑΘΟΥΣ**

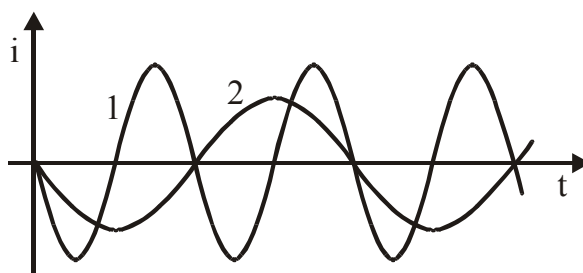
Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

- 1. **A.51.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2003] Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή.
- 1. **A.52.** [ΟΕΦΕ 2003] Αν αυξήσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή σε ένα ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρομαγνητικών ταλαντώσεων χωρίς να μεταβάλλουμε το μέγιστο φορτίο, η ολική ενέργεια του κυκλώματος αυξάνεται και η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται,
- 1. **A.53.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2007] Η ολική ενέργεια σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC είναι ανάλογη με το φορτίο του πυκνωτή.
- 1. **A.54.** [ΟΕΦΕ 2007] Σ' ένα ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων η συχνότητα με την οποία μεταβάλλεται η ενέργεια του πυκνωτή είναι διπλάσια από την συχνότητα με την οποία μεταβάλλεται το φορτίο του.
- 1. **A.55.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2008] Σε ένα κύκλωμα LC η συχνότητα των ηλεκτρικών ταλαντώσεων του είναι ανάλογη της χωρητικότητας C του πυκνωτή.
- 1. **A.56.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2009] Η ενέργεια ταλάντωσης ιδανικού κυκλώματος LC είναι ίση με  $\frac{1}{2} Q^2 C$  όπου Q το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή και C η χωρητικότητα του πυκνωτή.
- 1. **A.57.** [Ημ. + Εσπ Λύκειο. 2011] Στις ηλεκτρικές ταλαντώσεις το φορτίο του πυκνωτή παραμένει σταθερό.

**ΘΕΜΑ Β**

1. **B.19.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2003] Στις προτάσεις 2.1.A, 2.2.A και 2.2.Γ να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της αρχικής φράσης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

2.1 Δύο ιδανικά κυκλώματα ηλεκτρικών ταλαντώσεων L, C έχουν πυκνωτές ίδιας χωρητικότητας  $C_1 = C_2$ . Στο παρακάτω διάγραμμα παριστάνονται οι μεταβολές των ρευμάτων που διαρρέουν τα δύο κυκλώματα σε συνάρτηση με το χρόνο.



2.1.A Για τους συντελεστές αυτεπαγωγής των πηνίων  $L_1$  και  $L_2$  αντίστοιχα ισχύει:

- α.  $L_1 = \frac{L_2}{2}$ .
- β.  $L_1 = 4 L_2$ .
- γ.  $L_1 = 2L_2$ .
- δ.  $L_1 = \frac{L_2}{4}$

Μονάδες 3

2.1.B Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας στο 2.1.A.

Μονάδες 5

Σ. ΚΟΥΣΙΔΗΣ

**1.Β.20.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC, τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή είναι το μισό του μέγιστου φορτίου του  $\left(q = \frac{Q}{2}\right)$  η

ενέργεια  $U_B$  του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι το:

- α. 25%                      β. 50%                      γ. 75%

της ολικής ενέργειας  $E$  του κυκλώματος.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

**1.Β.21.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2004] Σε ιδανικό κύκλωμα LC με διακόπτη, φορτίζουμε τον πυκνωτή και κλείνουμε τον διακόπτη. Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή που κλείσαμε το διακόπτη, ο πυκνωτής θα αποκτήσει για πρώτη φορά την αρχική του ενέργεια;

- α.  $2\pi\sqrt{LC}$                       β.  $\pi\sqrt{LC}$                       γ.  $\frac{\sqrt{LC}}{\pi}$

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**1.Β.22.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2005] Δύο ιδανικά κυκλώματα  $L_1C_1$  και  $L_2C_2$  με αυτεπαγωγές  $L_1$  και  $L_2 = 4L_1$  έχουν την ίδια ολική ενέργεια.

**A** Για τα πλάτη των ρευμάτων που διαρρέουν τα κυκλώματα θα ισχύει ότι

- α.  $I_1 = 2I_2$ .                      β.  $I_1 = 4I_2$ .                      γ.  $I_1 = I_2/2$ .

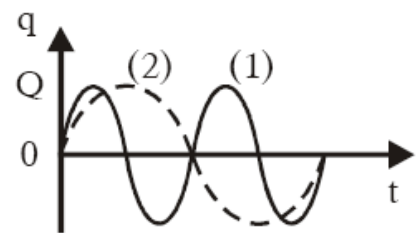
Μονάδες 2

**B** Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

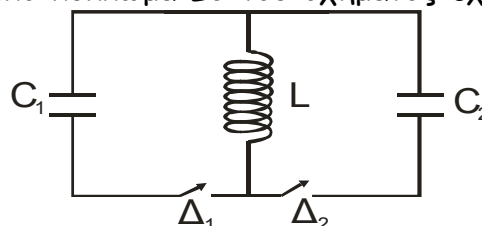
**1.Β.23.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2005] Διαθέτουμε δύο κυκλώματα ( $L_1C_1$ ) και ( $L_2C_2$ ) ηλεκτρικών ταλαντώσεων. Τα διαγράμματα (1) και (2) παριστάνουν τα φορτία των πυκνωτών  $C_1$  και  $C_2$  αντίστοιχα, σε συνάρτηση με το χρόνο. Ο λόγος  $I_1 / I_2$  των μέγιστων τιμών της έντασης του ρεύματος στα δύο κυκλώματα είναι

- α. 2.                      β.  $\frac{1}{4}$ .                      γ.  $\frac{1}{2}$ .                      Μονάδες 2



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. Μονάδες 4

**1.Β.24.** [Ημ. Λύκειο Μα 2006] Στο ιδανικό κύκλωμα LC του σχήματος έχουμε αρχικά τους



διακόπτες  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  ανοικτούς.

Ο πυκνωτής χωρητικότητας  $C_1$  έχει φορτιστεί μέσω πηγής συνεχούς τάσης με φορτίο  $Q_1$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ο διακόπτης  $\Delta_1$  κλείνει, οπότε στο κύκλωμα  $LC_1$  έχουμε αμείωτη

Σ.ΚΟΥΣΙΔΗΣ

ηλεκτρική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{5T}{4}$ , όπου  $T$  η περίοδος της ταλάντωσης του κυκλώματος  $LC_1$ , ο διακόπτης  $\Delta_1$  ανοίγει και ταυτόχρονα κλείνει ο  $\Delta_2$ . Το μέγιστο φορτίο  $Q_2$  που θα αποκτήσει ο πυκνωτής χωρητικότητας  $C_2$ , όπου  $C_2 = 4C_1$ , κατά τη διάρκεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος  $LC_2$  θα είναι ίσο με

- α.  $Q_1$ .                      β.  $\frac{Q_1}{2}$ .                      γ.  $2Q_1$ .                      Μονάδες 2

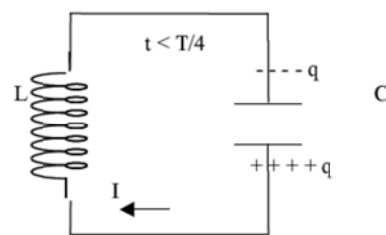
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.                      Μονάδες 4

**1.Β.25.** [ΟΕΦΕ 2006] Σε κύκλωμα  $LC$  που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται διπλάσια από την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου όταν η ένταση του ρεύματος είναι:

- α.  $\pm \frac{I}{9}$                       β. μηδέν                      γ.  $\pm \frac{\sqrt{3}I}{3}$                       δ.  $\pm \frac{I}{3}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**1.Β.26.** [ΟΕΦΕ 2007] Στο ιδανικό κύκλωμα  $LC$  του σχήματος τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ο πυκνωτής ήταν φορτισμένος με φορτίο  $Q$  και το κύκλωμα δε διαρρέεται από ρεύμα. Τη χρονική στιγμή  $t_1$  όπου  $0 < t_1 < \frac{T}{4}$  το φορτίο του πυκνωτή είναι  $q = \frac{Q}{2}$ .



Το ποσοστό της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή που έχει μετατραπεί σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου από τη χρονική στιγμή μηδέν (0) έως τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι:

- α)                      i) 50%                      ii) 25%                      iii) 75%

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

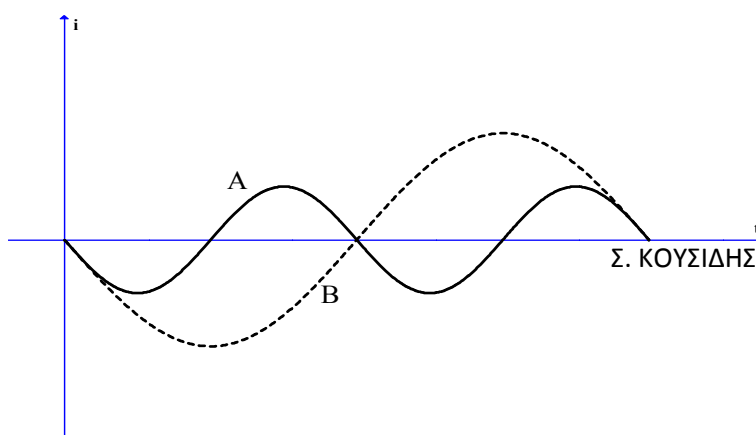
**1.Β.27.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2008] Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων αν κάποια χρονική στιγμή ισχύει  $q = \frac{Q}{3}$ , όπου  $q$  το στιγμιαίο ηλεκτρικό φορτίο και  $Q$  η μέγιστη τιμή του ηλεκτρικού φορτίου στον πυκνωτή, τότε ο λόγος της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου προς την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου  $\left(\frac{U_E}{U_B}\right)$  είναι:

- α.  $\frac{1}{8}$                       β.  $\frac{1}{3}$                       γ. 3                      Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

**1.Β.28.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2008] Θεωρούμε δύο κυκλώματα Α ( $L_A, C$ )



και  $B(L_B, C)$  που εκτελούν ελεύθερες αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Οι πυκνωτές στα δύο κυκλώματα έχουν την ίδια χωρητικότητα  $C$ .

Οι καμπύλες  $A$  και  $B$  παριστάνουν τα ρεύματα στα δύο πηνία σε συνάρτηση με το χρόνο.

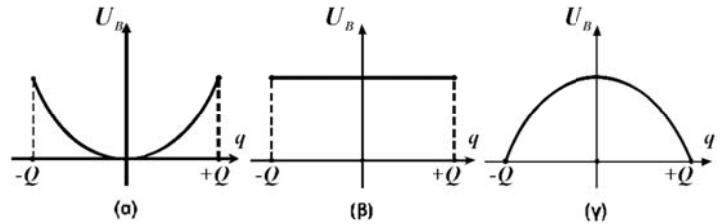
Για τους συντελεστές αυτεπαγωγής  $L_A, L_B$  των πηνίων στα δύο κυκλώματα ισχύει ότι:

α.  $L_A = 4L_B$ .                      β.  $L_B = 4L_A$ .                      γ.  $L_A = 2L_B$ .                      Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.                      Μονάδες 6

**1. B. 29.** [ΟΕΦΕ 2008] Ιδανικό κύκλωμα  $LC$  εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με μέγιστο φορτίο  $Q$  ( $Q > 0$ ).

Ποιο από τα διαγράμματα που ακολουθούν παριστάνει τη μαγνητική ενέργεια  $U_B$  που είναι αποθηκευμένη στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου ως συνάρτηση του φορτίου  $q$  στον πυκνωτή;



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**1. B. 30.** [Εσπερ. Λύκειο Μα 2010] Δίδεται ιδανικό κύκλωμα  $LC$ . Όταν ο διακόπτης είναι ανοικτός, η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι  $E$ . Κάποια χρονική στιγμή μετά το κλείσιμο του διακόπτη η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται  $\frac{E}{4}$ . Η

ενέργεια του μαγνητικού πεδίου εκείνη τη στιγμή γίνεται

α.  $\frac{E}{4}$                       β.  $\frac{5E}{4}$                       γ.  $\frac{3E}{4}$                       δ. 0

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (μονάδες 6)                      Μονάδες 8

**1. B. 31.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2010] Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων  $LC$  διπλασιάζουμε την τάση φόρτισης του πυκνωτή. Το μέγιστο ρεύμα του κυκλώματος

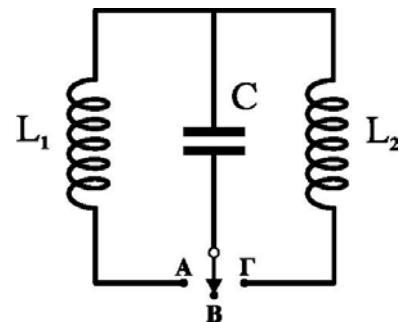
α. αυξάνεται.                      β. μειώνεται.                      γ. παραμένει σταθερό.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (μονάδες 6)                      Μονάδες 8

**1. B. 32.** [Ημερ+Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2011] Στο κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής είναι φορτισμένος και ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση  $B$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ο διακόπτης τίθεται στη θέση  $A$  και αρχίζει να εκτελείται ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο  $T$ . Τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{5T}{8}$  ο διακόπτης μεταφέρεται στη θέση  $\Gamma$ . Αν  $I_{\max,1}$  είναι το μέγιστο ρεύμα στο κύκλωμα  $L_1C$  και  $I_{\max,2}$  το μέγιστο ρεύμα στο κύκλωμα  $L_2C$ , τότε:





α.  $\frac{I_{m\text{ ax},1}}{I_{m\text{ ax},2}} = \sqrt{2}$       β.  $\frac{I_{m\text{ ax},1}}{I_{m\text{ ax},2}} = \sqrt{3}$       γ.  $\frac{I_{m\text{ ax},1}}{I_{m\text{ ax},2}} = 2$

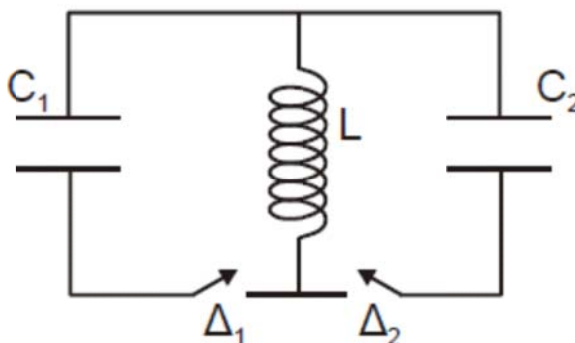
Δίνεται  $L_1 = L_2$  και ότι ο διακόπτης μεταφέρεται από τη μία θέση στην άλλη ακαριαία και χωρίς να δημιουργηθεί σπινθήρας

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

**1.Β.33.** [Ημερ + Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2012] Στο ιδανικό κύκλωμα L- C του σχήματος έχουμε αρχικά τους διακόπτες  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  ανοικτούς. Οι πυκνωτές χωρητικότητας  $C_1$  και  $C_2$  έχουν φορτιστεί μέσω πηγών συνεχούς τάσης με φορτία  $Q_1 = Q_2 = Q$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ο διακόπτης  $\Delta_1$  κλείνει, οπότε στο κύκλωμα L-  $C_1$  έχουμε αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{7T_1}{4}$  όπου  $T_1$  η περίοδος της ταλάντωσης του κυκλώματος L-  $C_1$ , ο διακόπτης  $\Delta_1$  ανοίγει και ταυτόχρονα κλείνει ο διακόπτης  $\Delta_2$ . Δίνεται ότι  $C_2 = 2C_1$ .



Το μέγιστο φορτίο που θα αποκτήσει ο πυκνωτής χωρητικότητας  $C_2$  κατά τη διάρκεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος L- $C_2$  είναι:

α.  $\frac{3Q}{2}$       β.  $\frac{Q}{\sqrt{3}}$       γ.  $\sqrt{3}Q$

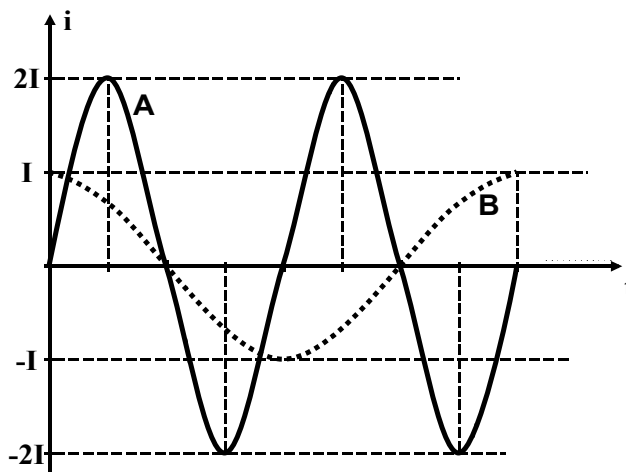
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

**1.Β.34.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2012] Στο σχήμα παριστάνεται γραφικά η ένταση του ρεύματος που διαρρέει δύο ιδανικά κυκλώματα ηλεκτρικών ταλαντώσεων A και B σε συνάρτηση με το χρόνο.

Για τα μέγιστα φορτία  $Q_A$  και  $Q_B$  των δύο πυκνωτών των παραπάνω κυκλωμάτων ισχύει η σχέση:



α.  $\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{1}{2}$       β.  $\frac{Q_A}{Q_B} = 1$       γ.  $\frac{Q_A}{Q_B} = 2$

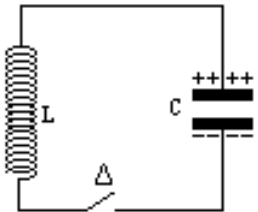
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας (μονάδες 7).

Μονάδες 9

### ΘΕΜΑ Γ

**1.Γ.5.** [Ημ. Λύκειο Μα 2003] Το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από πυκνωτή με χωρητικότητα  $2 \cdot 10^{-5} \text{ F}$ , ένα ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $0,05 \text{ H}$  και διακόπτη  $\Delta$  όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Αρχικά ο διακόπτης  $\Delta$  είναι ανοικτός και ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με ηλεκτρικό φορτίο  $5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ . Οι αγωγοί σύνδεσης έχουν αμελητέα αντίσταση. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  κλείνουμε το διακόπτη  $\Delta$ . Να υπολογίσετε:



1. την περίοδο της ηλεκτρικής ταλάντωσης.

Μονάδες 7

2. το πλάτος της έντασης του ρεύματος.

Μονάδες 8

3. την ένταση του ρεύματος τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή  $C$  είναι  $3 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ .

Μονάδες 10

**1.Γ.6.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2004] Η ολική ενέργεια ιδανικού κυκλώματος  $LC$ , του παρακάτω σχήματος, είναι  $4,5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$  η δε περίοδος  $T = 4\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . Εάν η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι  $C = 4 \cdot 10^{-5} \text{ F}$  να υπολογίσετε:

1. το συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου.

Μονάδες 5

2. το πλάτος της έντασης του ρεύματος.

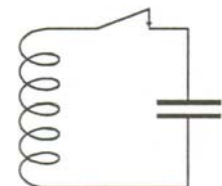
Μονάδες 5

3. το μέγιστο φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή.

Μονάδες 6

4. το φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή τη χρονική στιγμή που η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι τριπλάσια της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή.

Μονάδες 9



**1.Γ.7.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2008] Ιδανικό κύκλωμα  $LC$  εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο  $T = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ s}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , ο πυκνωτής έχει το μέγιστο ηλεκτρικό φορτίο. Ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα  $C = 10 \mu\text{F}$  και η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος, το οποίο διαρρέει το πηνίο, είναι  $2 \cdot 10^{-3} \text{ A}$ .

α. Να υπολογισθεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής  $L$  του πηνίου.

Μονάδες 6

β. Ποια χρονική στιγμή η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου γίνεται μέγιστη για πρώτη φορά.

Μονάδες 6

γ. Να υπολογισθεί η μέγιστη τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή.

Μονάδες 6

δ. Να υπολογισθεί η ένταση του ρεύματος, το οποίο διαρρέει το πηνίο, τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή είναι τριπλάσια της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο. Μονάδες 7

Δίνονται:  $1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$ ,  $\pi = 3,14$ .

**1.Γ.8.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2008] Πυκνωτής χωρητικότητας  $2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$  φορτίζεται σε τάση  $50 \text{ V}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  οι οπλισμοί του πυκνωτή συνδέονται στα άκρα ιδανικού πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής  $2 \cdot 10^{-2} \text{ H}$  και το κύκλωμα εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση.

α. Να υπολογίσετε την περίοδο της ηλεκτρικής ταλάντωσης. Μονάδες 7

β. Να γράψετε την εξίσωση η οποία δίνει την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο σε συνάρτηση με το χρόνο. Μονάδες 8

γ. Να υπολογίσετε το λόγο της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή προς την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου, όταν το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $i = 0,1 \text{ A}$ .

Δίνεται:  $\pi = 3,14$ . Μονάδες 10

**1.Γ.9.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2009] Σε ιδανικό κύκλωμα LC παραγωγής ηλεκτρικών ταλαντώσεων, η ένταση του ρεύματος  $i$  που διαρρέει το κύκλωμα συναρτήσει του χρόνου  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $i = -0,5 \cdot \eta\mu 10^4 t$  (S.I.).

Το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 10^{-2} \text{ H}$ . Να υπολογίσετε:

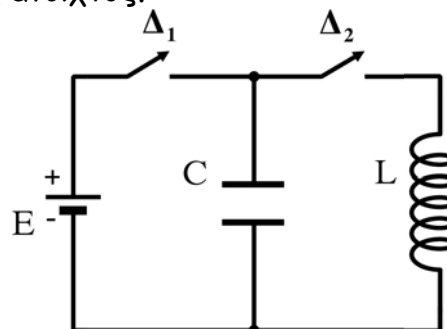
α. Την περίοδο  $T$  των ηλεκτρικών ταλαντώσεων. Μονάδες 6

β. Τη χωρητικότητα  $C$  του πυκνωτή. Μονάδες 6

γ. Το μέγιστο φορτίο  $Q$  του πυκνωτή. Μονάδες 6

δ. Την απόλυτη τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, όταν το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή είναι  $q = 3 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ . Μονάδες 7

**1.Γ.10.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2010] Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται: πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης  $E = 5\text{V}$  μηδενικής εσωτερικής αντίστασης, πυκνωτής χωρητικότητας  $C = 8 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ , πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 2 \cdot 10^{-2} \text{ H}$ . Αρχικά ο διακόπτης  $\Delta_1$  είναι κλειστός και ο διακόπτης  $\Delta_2$  ανοιχτός.

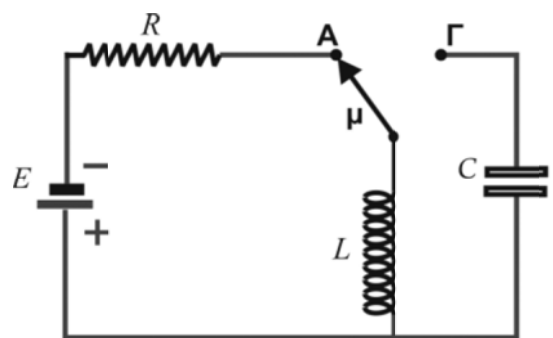


- Γ1. Να υπολογίσετε το φορτίο  $Q$  του πυκνωτή. Μονάδες 6  
 Ανοίγουμε το διακόπτη  $\Delta_1$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$  κλείνουμε το διακόπτη  $\Delta_2$ . Το κύκλωμα  $LC$  αρχίζει να εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.
- Γ2. Να υπολογίσετε την περίοδο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων. Μονάδες 6
- Γ3. Να γράψετε την εξίσωση σε συνάρτηση με το χρόνο για την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το πηνίο. Μονάδες 6
- Γ4. Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή, τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι τριπλάσια από την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή. Μονάδες 7

1.Γ.11. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2011] Ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων  $LC$  αποτελείται από πυκνωτή χωρητικότητας  $C=10^{-6}F$  και πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L=10^{-4}H$ .

- Γ1. Να υπολογίσετε τη συχνότητα της ηλεκτρικής ταλάντωσης. Μονάδες 5
- Γ2. Να υπολογίσετε το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή, αν γνωρίζουμε ότι το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή είναι  $q=4 \cdot 10^{-7}C$  όταν η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, είναι  $i=3 \cdot 10^{-2}A$ . Μονάδες 6
- Γ3. Να υπολογίσετε το φορτίο του θετικού οπλισμού του πυκνωτή τις χρονικές στιγμές που η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι τριπλάσια από την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή. Μονάδες 7
- Γ4. Αν τη χρονική στιγμή  $t=0$  ο πυκνωτής έχει το μέγιστο φορτίο του, να γράψετε την εξίσωση της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο (μονάδες 2) και να την παραστήσετε γραφικά για χρονικό διάστημα μιας περιόδου της ηλεκτρικής ταλάντωσης (μονάδες 5).  
 Για το σχεδιασμό της γραφικής παράστασης να χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ του τετραδίου σας. Μονάδες 7

1.Γ.12. [ΟΕΦΕ 2011] Για το κύκλωμα του σχήματος δίνεται ότι ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα  $C = 5\mu F$  και είναι αρχικά αφόρτιστος, το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 0,2H$ , ο αντιστάτης έχει ωμική αντίσταση  $R = 10\Omega$  και η πηγή έχει ηλεκτρενεργική δύναμη  $E = 10V$  και αμελητέα εσωτερική αντίσταση. Το πηνίο και οι υπόλοιποι αγωγοί έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση. Αρχικά, ο μεταγωγός  $\mu$  βρίσκεται στη θέση  $A$  και το πηνίο διαρρέεται από σταθερό ρεύμα.



- Γ1. Να υπολογίσετε την τιμή της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου. Μονάδες 6  
 Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μεταφέρουμε ακαριαία το μεταγωγό από τη θέση  $A$  στη θέση  $\Gamma$ , χωρίς να υπάρχουν απώλειες ενέργειας και το κύκλωμα  $LC$  αρχίζει να εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

- Γ2. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος. Μονάδες 6
- Γ3. Να γράψετε την εξίσωση της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρήστε θετική τη φορά του ρεύματος στο πηνίο τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ . Μονάδες 6
- Γ4. Να υπολογίσετε το πηλίκο  $\frac{U_E}{U_B}$  της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή προς την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου, όταν η στιγμιαία τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα ισούται με το μισό της μέγιστης τιμής της. Μονάδες 7

## ΘΕΜΑ Δ

- 1.Δ.12. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2002] Ηλεκτρικό κύκλωμα περιλαμβάνει ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 8 \text{ mH}$ , πυκνωτή χωρητικότητας  $C$  και διακόπτη  $\Delta$ . Η ωμική αντίσταση του κυκλώματος θεωρείται αμελητέα. Ο πυκνωτής φορτίζεται πλήρως και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ο διακόπτης κλείνει, οπότε το κύκλωμα κάνει αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο  $T = 8\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . Η ολική ενέργεια του κυκλώματος είναι  $E = 9 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ . Να υπολογίσετε
- α. την τιμή της χωρητικότητας  $C$  του πυκνωτή. Μονάδες 5
- β. τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα. Μονάδες 5
- γ. την τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται για πρώτη φορά τριπλάσια της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο. Μονάδες 8
- δ. την παραπάνω χρονική στιγμή  $t_1$ . Μονάδες 7

• **ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ και ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ  
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ**

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

- 1.Α.58.** [Ημ. Λύκειο Σεπτ. 2000] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση που προκαλείται από δύναμη της μορφής  $F = -b v$ , με μικρή σταθερά απόσβεσης,
- α. η περίοδος είναι σταθερή.
  - β. το πλάτος είναι σταθερό.
  - γ. η ενέργεια της ταλάντωσης είναι σταθερή.
  - δ. η κυκλική συχνότητα μειώνεται.
- 1.Α.59.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2002] Ένα σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας. Τότε
- α. η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
  - β. το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.
  - γ. η περίοδος του συστήματος μεταβάλλεται.
  - δ. ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση μειώνεται.
- 1.Α.60.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2003] Σε μία φθίνουσα ταλάντωση ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση παραμένει σταθερός. Στην περίπτωση αυτή το πλάτος της ταλάντωσης
- α. μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.
  - β. μειώνεται ανάλογα με το χρόνο.
  - γ. παραμένει σταθερό.
  - δ. αυξάνεται εκθετικά με το χρόνο.
- 1.Α.61.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2004] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο:
- α. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.
  - β. ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση δεν διατηρείται σταθερός.
  - γ. η περίοδος διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης.
  - δ. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό.
- 1.Α.62.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2004] Όταν ένα σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας, τότε
- α. η περίοδος μεταβάλλεται.
  - β. η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.

γ. ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση αυξάνεται.

δ. το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

**1.Α.63.** [Ημ. Λύκειο Μα 2005] Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης  $F = -bv$ , με  $b = \text{σταθερό}$  ( $b > 0$ ), το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (για  $\Lambda > 0$ )

α.  $A = A_0 - bt$

β.  $A = A_0 e^{\Lambda t}$

γ.  $A = A_0 e^{-\Lambda t}$

δ.  $A = \frac{A_0}{\Lambda t}$

**1.Α.64.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2005] Με την πάροδο του χρόνου και καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται

α. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης  $b$  αυξάνεται.

β. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης  $b$  μειώνεται.

γ. το πλάτος της ταλάντωσης του αυτοκινήτου, όταν περνά από εξόγκωμα του δρόμου, μειώνεται πιο γρήγορα.

δ. η περίοδος των ταλαντώσεων του αυτοκινήτου παρουσιάζει μικρή αύξηση.

**1.Α.65.** [Ημ. Λύκειο Μα 2007] Κατά την φθίνουσα μηχανική ταλάντωση

α. το πλάτος διατηρείται σταθερό.

β. η μηχανική ενέργεια διατηρείται.

γ. το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση  $A = A_0 e^{\Lambda t}$ .

δ. έχουμε μεταφορά ενέργειας από το ταλαντούμενο σύστημα στο περιβάλλον

**1.Α.66.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2007] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση που η αντιτιθέμενη δύναμη είναι της μορφής  $F = -bv$ , με  $b$  σταθερό,

α. ο λόγος δύο διαδοχικών πλάτων μειώνεται σε σχέση με το χρόνο.

β. η περίοδος της ταλάντωσης εξαρτάται από το πλάτος.

γ. το πλάτος παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο.

δ. η περίοδος παραμένει σταθερή σε σχέση με το χρόνο.

**1.Α.67.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2007] Ένας ταλαντωτής τη χρονική στιγμή  $t_1$  έχει ενέργεια ταλάντωσης  $E$  και πλάτος ταλάντωσης  $A$ . Τη χρονική στιγμή  $t_2$  που έχει χάσει τα  $\frac{3}{4}$  της αρχικής του ενέργειας το πλάτος της ταλάντωσης του είναι

α.  $\frac{A}{4}$ .

β.  $\frac{3A}{4}$ .

γ.  $\frac{A}{2}$ .

δ.  $\frac{A}{3}$ .

**1.Α.68.** [Ημ. Λύκειο Μα. 2009] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο

α. η ενέργεια του ταλαντωτή είναι συνεχώς σταθερή.

β. η συχνότητα αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου.

γ. ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.

δ. το πλάτος μειώνεται γραμμικά με τον χρόνο.

**1. A. 69.** [Εσπ. Λύκειο. Μά 2009] Σε φθίνουσα μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, η περίοδος της ταλάντωσης με την πάροδο του χρόνου

α. αυξάνεται.

β. διατηρείται σταθερή.

γ. μειώνεται γραμμικά.

δ. μειώνεται εκθετικά.

**1. A. 70.** [Ημ. Λύκειο Μά. 2010] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας του σώματος, με την πάροδο του χρόνου

α. η περίοδος μειώνεται.

β. η περίοδος είναι σταθερή.

γ. το πλάτος διατηρείται σταθερό.

δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

**1. A. 71.** [Ημ. + Εσπ Λύκειο. 2011] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, όπου η δύναμη που αντιτίθεται στη κίνηση είναι της μορφής  $F_{αντ} = -bv$ , όπου  $b$  θετική σταθερά και  $v$  η ταχύτητα του ταλαντωτή,

α. όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης η περίοδος μειώνεται.

β. το πλάτος διατηρείται σταθερό.

γ. η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.

δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

**1. A. 72.** [ΟΕΦΕ 2011] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση ενεργεί δύναμη απόσβεσης της μορφής  $F_{αντ} = -b v$ . Το πλάτος της ταλάντωσης:

α. αυξάνεται.

β. μειώνεται με σταθερό ρυθμό.

γ. μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

δ. παραμένει σταθερό.

**1. A. 73.** [Ημ. + Εσπ Λύκειο. Επανάλ 2012] Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση η δύναμη αντίστασης έχει τη μορφή  $F_{αντ} = -bv$ . Αρχικά η σταθερά απόσβεσης έχει τιμή  $b_1$ . Στη συνέχεια η τιμή της γίνεται  $b_2$  με  $b_2 > b_1$ . Τότε:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή μείωση.

β. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή αύξηση.

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή αύξηση.

δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή μείωση.



**ΧΡΗΣΤΟΥ - ΛΑΘΟΥΣ**

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

- 1.Α.74.** [ΟΕΦΕ 2002] Στη φθίνουσα μηχανική ταλάντωση η περίοδος αυξάνεται, όταν μειώνεται ο συντελεστής απόσβεσης.
- 1.Α.75.** [ΟΕΦΕ 2003] Το πλάτος  $A$  σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση μειώνεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση  $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ , αν η δύναμη απόσβεσης  $F$  είναι της μορφής  $F = -bv$ . (Το  $A_0$  είναι το πλάτος της ταλάντωσης τη στιγμή  $t = 0$  το  $b$  είναι η σταθερά απόσβεσης, το  $\Lambda$  μια σταθερά που εξαρτάται από το  $b$  και την ταχύτητα  $u$  του σώματος)
- 1.Α.76.** [ΟΕΦΕ 2004] Η περίοδος μιας φθίνουσας ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης.
- 1.Α.77.** [Ημ. Λύκειο Μά 2005] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση ο ρυθμός μείωσης του πλάτους μειώνεται, όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης  $b$ .
- 1.Α.78.** [Ημ. Λύκειο Μά 2006] Η σταθερά απόσβεσης  $b$  σε μία φθίνουσα ταλάντωση εξαρτάται και από τις ιδιότητες του μέσου.
- 1.Α.79.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2006] Η περίοδος φθίνουσας ταλάντωσης, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, διατηρείται σταθερή.
- 1.Α.80.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2007] Το έργο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση είναι πάντα θετικό.
- 1.Α.81.** [ΟΕΦΕ 2007] Στη φθίνουσα ταλάντωση το ποσό ενέργειας που "χάνεται" από το ταλαντούμενο σύστημα σε κάθε περίοδο είναι σταθερό,
- 1.Α.82.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2009] Σε μία φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος της παραμένει σταθερό.
- 1.Α.83.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2010] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος παραμένει σταθερό.
- 1.Α.84.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2004] Η αύξηση της αντίστασης σε κύκλωμα με φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση συνεπάγεται και τη μείωση της περιόδου της.
- 1.Α.85.** [Ημ. Λύκειο Μά 2005] Στην περίπτωση των ηλεκτρικών ταλαντώσεων κύριος λόγος απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση του κυκλώματος.
- 1.Α.86.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2007] Σε κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων με πηνίο, πυκνωτή και αντίσταση, αν η τιμή της αντίστασης υπερβεί κάποιο όριο, η ταλάντωση γίνεται απεριοδική
- 1.Α.87.** [Εσπ. Λύκειο Μά. 2009] Στη φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση ενός κυκλώματος ένας από τους λόγους απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση του κυκλώματος.
- 1.Α.88.** [ΟΕΦΕ 2009] Σε μία μηχανική ταλάντωση, της οποίας το πλάτος ακολουθεί τον εκθετικό νόμο  $A = A_0 e^{-\Lambda t}$  ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση είναι σταθερός και ίσος με  $e^{-\Lambda T}$  όπου  $T$  η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης.
- 1.Α.89.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2010] Ένας λόγος για τον οποίο χάνει ενέργεια ένα κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων  $LC$  είναι ότι εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

1. A. 90. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2011] Όλες οι ταλαντώσεις στο μακρόκοσμο είναι φθίνουσες.

1. A. 91. [Ημερ+Εσπερ. Λύκειο Μά. 2012] Στην περίπτωση των ηλεκτρικών ταλαντώσεων ο κύριος λόγος απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση.

1. A. 92. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2012] Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση, στην οποία η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση είναι της μορφής  $F' = -bv$ , η σταθερά απόσβεσης  $b$  είναι ανεξάρτητη από το σχήμα και τις διαστάσεις του αντικειμένου που κινείται.

### ΘΕΜΑ Β

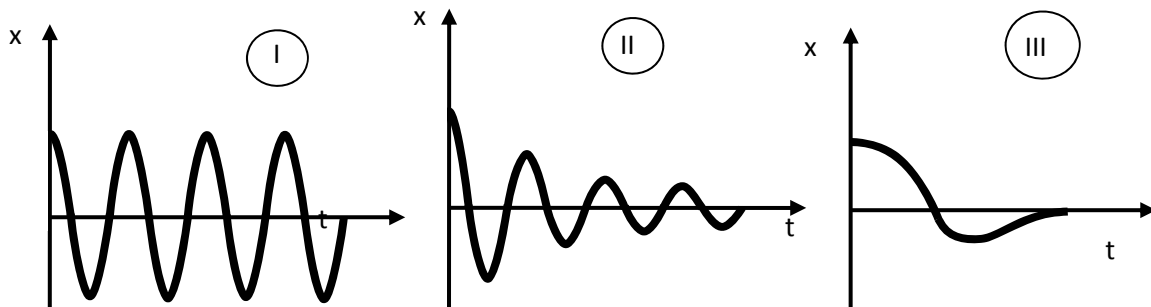
1. B. 35. [Εσπ. Λύκειο Μά 2002] Σ' ένα κύκλωμα LC που εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με αμείωτο πλάτος παρεμβάλλουμε μεταβλητή αντίσταση R.

α. Τι συμβαίνει στο πλάτος της έντασης του ρεύματος για διάφορες τιμές της αντίστασης R; Μονάδες 5

β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. Μονάδες 5

1. B. 36. [Εσπ. Λύκειο Μά 2006] Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν την ταλάντωση που εκτελούν τα συστήματα ανάρτησης τριών αυτοκινήτων που κινούνται με την ίδια ταχύτητα όταν συναντούν το ίδιο εξόγκωμα στο δρόμο.

A. Το αυτοκίνητο του οποίου το σύστημα ανάρτησης λειτουργεί καλύτερα είναι το



α. I.

β. II.

γ. III.

Μονάδες 3

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

1. B. 37. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2006] Ένας ταλαντωτής τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έχει ενέργεια  $E_0$  και πλάτος ταλάντωσης  $A_0$ . Η ενέργεια που έχει χάσει ο ταλαντωτής μέχρι τη στιγμή  $t$ , που το πλάτος της ταλάντωσης του έχει μειωθεί στο  $\frac{1}{4}$  της αρχικής του τιμής, είναι

α.  $\frac{E_0}{16}$  .

β.  $\frac{E_0}{4}$  .

γ.  $\frac{15 E_0}{16}$  .

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**1.Β.38.** [ΟΕΦΕ 2006] Ένας ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με πλάτος που μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ , όπου  $\Lambda$  μία θετική σταθερά.

α. Στο τέλος των 10 πρώτων ταλαντώσεων το πλάτος της ταλάντωσης έχει μειωθεί στο  $1/4$  του αρχικού. Μετά από ακόμα 10 ταλαντώσεις το πλάτος της ταλάντωσης θα ισούται με:

1.  $\frac{A_0}{8}$

2.  $\frac{A_0}{16}$

3.  $\frac{A_0}{32}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

β. Αν  $E_0$  είναι η αρχική ενέργεια της ταλάντωσης, τότε μετά από τις 10 πρώτες ταλαντώσεις το έργο της δύναμης που αντιστέκεται στην κίνηση του ταλαντωτή ισούται με:

1.  $-\frac{E_0}{8}$

2.  $\frac{E_0}{16}$

3.  $-\frac{15E_0}{16}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**1.Β.39.** [ΟΕΦΕ 2008] Ένας ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσες μηχανικές ταλαντώσεις, των οποίων το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με την εξίσωση  $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ , όπου  $\Lambda$  μία θετική σταθερά. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία η αρχική ενέργεια του ταλαντωτή έχει μειωθεί κατά 75%, το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

α.  $\frac{A_0}{2}$

β.  $\frac{A_0}{4}$

γ.  $\frac{\sqrt{3}A_0}{2}$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

## • ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ και ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

#### ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

1. A.93. [Ημ. Λύκειο Μά 2000] Δίνεται ότι το πλάτος μιας εξαναγκασμένης μηχανικής ταλάντωσης με απόσβεση υπό την επίδραση μιας εξωτερικής περιοδικής δύναμης είναι μέγιστο. Αν διπλασιάσουμε τη συχνότητα της δύναμης αυτής το πλάτος της ταλάντωσης θα
- α. διπλασιαστεί.
  - β. μειωθεί.
  - γ. τετραπλασιαστεί.
  - δ. θα παραμείνει το ίδιο.
1. A.94. [Ημ. Λύκειο Μά 2002] Η ιδιοσυχνότητα ενός συστήματος που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς τριβή είναι 20 Hz. Το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι:
- α. 10 Hz
  - β. 20 Hz
  - γ. 30 Hz
  - δ. 40 Hz .
1. A.95. [Ημ. Λύκειο Επανάλ.2003] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα
- α. μένει σταθερό.
  - β. αυξάνεται συνεχώς.
  - γ. μειώνεται συνεχώς.
  - δ. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.
1. A.96. [ΟΕΦΕ 2003] Ένα μηχανικό σύστημα που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού. Αν αυξήσουμε τη συχνότητα του διεγέρτη τότε:
- α. το πλάτος της ταλάντωσης θα μειωθεί
  - β. το πλάτος της ταλάντωσης θα αυξηθεί
  - γ. η ολική ενέργεια της ταλάντωσης δεν θα μεταβληθεί.
  - δ. το σύστημα θα απορροφά ενέργεια από το διεγέρτη με τον ίδιο ρυθμό.
1. A.97. [Εσπ. Λύκειο Μά 2004] Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης
- α. είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.
  - β. είναι πάντα μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.
  - γ. είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη.
  - δ. είναι πάντα μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.
1. A.98. [Ημ. Λύκειο Μά 2004] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή. Αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη. Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα:
- α. αυξάνεται συνεχώς.
  - β. μειώνεται συνεχώς.
  - γ. μένει σταθερό.
  - δ. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.

- 1.Α.99.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2005] Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις ένα σύστημα ταλαντώνεται με συχνότητα που είναι ίση με
- την ιδιοσυχνότητά του.
  - τη συχνότητα του διεγέρτη.
  - τη διαφορά ιδιοσυχνότητας και συχνότητας διεγέρτη.
  - το άθροισμα ιδιοσυχνότητας και συχνότητας διεγέρτη.
- 1.Α.100.** [ΟΕΦΕ 2005] Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k$  είναι δεμένο σώμα μάζας  $m$ , το οποίο εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Αρχικά η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι  $f = f_0$ , όπου  $f_0$  η ιδιοσυχνότητα του ταλαντούμενου συστήματος. Αν κάποια στιγμή διπλασιάσουμε την μάζα του σώματος, διατηρώντας σταθερή την συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης, τότε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος:
- θα αυξηθεί
  - θα παραμείνει σταθερό
  - θα ελαττωθεί
  - θα μηδενιστεί
- 1.Α.101.** [ΟΕΦΕ 2007] Σφαιρίδιο μάζας  $m$ , είναι αναρτημένο στο ελεύθερο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Το σύστημα εκτελεί στον αέρα εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα  $f_{\delta} = 2 \cdot f_0$ , όπου  $f_0$  η ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Αν η συχνότητα του διεγέρτη μεταβληθεί έτσι ώστε  $f_{\delta}' = f_0$ , τότε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος:
- θα αυξηθεί
  - θα μειωθεί
  - θα παραμείνει σταθερό
  - θα μηδενιστεί.
- 1.Α.102.** [Ημ. Λύκειο Μά. 2008] Ένας αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Όταν η συχνότητα του διεγέρτη παίρνει τις τιμές  $f_1 = 5 \text{ Hz}$  και  $f_2 = 10 \text{ Hz}$ , το πλάτος της ταλάντωσης είναι το ίδιο. Θα έχουμε το μεγαλύτερο πλάτος ταλάντωσης, όταν η συχνότητα του διεγέρτη πάρει την τιμή:
- 2 Hz
  - 4 Hz
  - 8 Hz
  - 12 Hz
- 1.Α.103.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2009] Μηχανικό σύστημα έχει ιδιοσυχνότητα ίση με 10Hz και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Το σύστημα απορροφά ενέργεια κατά το βέλτιστο τρόπο, όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι
- 1Hz.
  - 10Hz.
  - 100Hz.
  - 1000Hz.
- 1.Α.104.** [Ημ. Λύκειο Μά 2001] Σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος RLC σε σειρά, η κυκλική συχνότητα  $\omega$  της πηγής σταθερού πλάτους αυξάνεται συνεχώς, ξεκινώντας από μια πολύ μικρή τιμή. Το πλάτος της έντασης του ρεύματος  $I$  στο κύκλωμα:
- αυξάνεται συνεχώς
  - ελαττώνεται συνεχώς
  - αρχικά αυξάνεται και στη συνέχεια ελαττώνεται
  - παραμένει σταθερό.

**1. A. 105.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2001] Σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος  $RLC$  σε σειρά, η διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης στα άκρα του αντιστάτη και της έντασης του ρεύματος είναι:

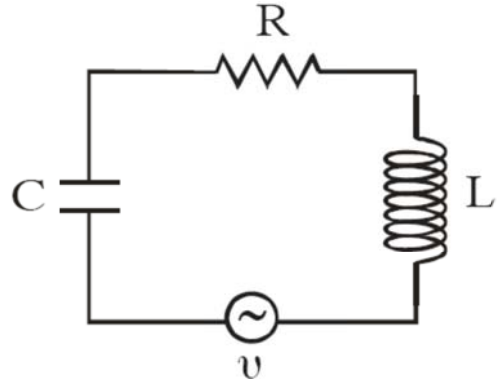
- α.  $\frac{\pi}{2}$ ,                      β.  $-\frac{\pi}{2}$ ,                      γ. 0,                      δ.  $\pi$

**1. A. 106.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2002] Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται μόνο στις

- α. μηχανικές ταλαντώσεις.                      β. ηλεκτρικές ταλαντώσεις.  
γ. εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.                      δ. ελεύθερες ταλαντώσεις.

**1. A. 107.** [Ημ. Λύκειο Μα 2006] Στο κύκλωμα των εξαναγκασμένων ηλεκτρικών ταλαντώσεων του σχήματος

- α. το πλάτος  $I$  της έντασης του ρεύματος είναι ανεξάρτητο της συχνότητας της εναλλασσόμενης τάσης.  
β. η συχνότητα της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος είναι πάντοτε ίση με την ιδιοσυχνότητά του.  
γ. η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος είναι ανεξάρτητη της χωρητικότητας  $C$  του πυκνωτή.  
δ. όταν η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος, έχουμε μεταφορά ενέργειας στο κύκλωμα κατά το βέλτιστο τρόπο.



**1. A. 108.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2007] Ενώ ακούμε ένα ραδιοφωνικό σταθμό που εκπέμπει σε συχνότητα 100 MHz, θέλουμε να ακούσουμε το σταθμό που εκπέμπει σε 100,4 MHz.

Για το σκοπό αυτό στο δέκτη πρέπει να

- α. αυξήσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.  
β. αυξήσουμε την αυτεπαγωγή του πηνίου.  
γ. ελαττώσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.  
δ. αυξήσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή και την αυτεπαγωγή του πηνίου.

**1. A. 109.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2009] Ραδιοφωνικός δέκτης περιέχει ιδανικό κύκλωμα  $LC$  για την επιλογή σταθμών. Ένας ραδιοφωνικός σταθμός εκπέμπει σε συχνότητα μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ιδανικού κυκλώματος  $LC$ . Για να συντονιστεί ο δέκτης με τον σταθμό πρέπει:

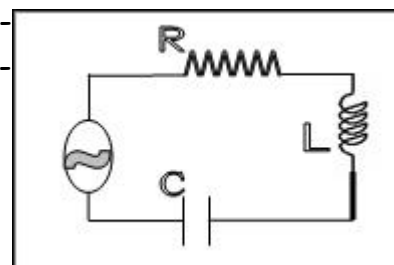
- α. να αυξήσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.  
β. να μειώσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.  
γ. να μειώσουμε τον συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου.  
δ. να μειώσουμε τον συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου και τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

1.Α.110. [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Στο κύκλωμα RLC του σχήματος, για ποια τιμή της αυτεπαγωγής  $L$  (σε henries, H) του πηνίου θα πετύχουμε το φαινόμενο του συντονισμού (μέγιστο πλάτος ρεύματος) με συχνότητα  $f = 100 \text{ Hz}$  ;

Θεωρήστε  $R = 100 \Omega$  και  $C = 100 \mu\text{F}$ .

α.  $1 \text{ H}$                       β.  $1/4\pi^2 \text{ H}$

γ.  $4\pi^2 \text{ H}$                       δ.  $1/2\pi \text{ H}$



1.Α.111. [ΟΕΦΕ 2012]

Κύκλωμα RLC εκτελεί εξαναγκασμένες ταλαντώσεις με τη βοήθεια γεννήτριας εναλλασσόμενης τάσης και βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού. Αν αυξήσουμε την ωμική αντίσταση του κυκλώματος, τότε:

- α. το κύκλωμα συνεχίζει να βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού, αλλά το πλάτος της έντασης του ρεύματος αυξάνεται.
- β. το κύκλωμα συνεχίζει να βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού, αλλά το πλάτος της έντασης του ρεύματος μειώνεται.
- γ. το κύκλωμα παύει να βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού και το πλάτος της έντασης του ρεύματος παραμένει σταθερό.
- δ. το κύκλωμα παύει να βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού και το πλάτος της έντασης του ρεύματος αυξάνεται.

1.Α.112. [Ημ. + Εσπ Λύκειο. Μάιος, 2012] Κατά τη διάρκεια μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης

- α. έχουμε πάντα συντονισμό
- β. η συχνότητα ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης
- γ. για δεδομένη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό
- δ. η ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα δεν αντισταθμίζει τις απώλειες.

1.Α.113. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2012] Σε μία εξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση, για ορισμένη τιμή της συχνότητας του διεγέρτη, το πλάτος της ταλάντωσης

- α. παραμένει σταθερό.
- β. μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.
- γ. αυξάνεται εκθετικά με το χρόνο.
- δ. μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.

### **ΣΦΥΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ**

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

1.Α.114. [Εσπ. Λύκειο Μάι 2003] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση, κατά το συντονισμό, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι μέγιστη.

1. A. 115. [Ημ. Λύκειο Μά 2004] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος παραμένει σταθερό με το χρόνο.
1. A. 116. [Ημ. Λύκειο Μά 2005] Κατά τον συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο, γι' αυτό και το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.
1. A. 117. [Ημ. Λύκειο Επαυλ. 2006] Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα  $f$  του διεγέρτη.
1. A. 118. [Εσπ. Λύκειο Μά 2007] Τα κτήρια κατά τη διάρκεια ενός σεισμού εκτελούν εξαναγκασμένη ταλάντωση.
1. A. 119. [Εσπ. Λύκειο Μά. 2008] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του ταλαντούμενου συστήματος είναι διαφορετική από αυτή του διεγέρτη.
1. A. 120. [Ημ. Λύκειο Μά 2009] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση, η συχνότητα της ταλάντωσης ισούται με τη συχνότητα του διεγέρτη.
1. A. 121. [Εσπ. Λύκειο Μά. 2009] Το πλάτος σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση είναι ανεξάρτητο από τη συχνότητα του διεγέρτη.
1. A. 122. [Ημ. Λύκειο Μά 2010] Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται μόνο σε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.
1. A. 123. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2010] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.
1. A. 124. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2010] Το φαινόμενο του συντονισμού συμβαίνει στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.
1. A. 125. [ΟΕΦΕ 2010] Όταν αυξάνουμε τη συχνότητα του διεγέρτη σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση, το πλάτος της αυξάνεται συνεχώς.
1. A. 126. [Ημ. + Εσπ Λύκειο. Επαυλ. 2011] Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση ο διεγέρτης επιβάλλει στην ταλάντωση τη συχνότητά του.
1. A. 127. [ΟΕΦΕ 2011] Κατά την εξαναγκασμένη ταλάντωση ο τρόπος με τον οποίο το ταλαντούμενο σύστημα αποδέχεται την ενέργεια είναι εκλεκτικός και εξαρτάται από τη συχνότητα με την οποία προσφέρεται.
1. A. 128. [Ημ. Λύκειο Επαυλ. 2005] Σε κύκλωμα εξαναγκασμένων ηλεκτρικών ταλαντώσεων μεταβάλλουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή. Τότε μεταβάλλεται και η συχνότητα των ταλαντώσεων του κυκλώματος.
1. A. 129. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2006] Η επιλογή ενός σταθμού στο ραδιόφωνο στηρίζεται στο φαινόμενο του συντονισμού.

## ΘΕΜΑ Β

1. B. 40. [Εσπ. Λύκειο Μά 2003] 2.2 Ένα σώμα μάζας  $m$  είναι προσδεμένο σε ελατήριο σταθεράς  $K$  και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη είναι  $f = f_0$ , όπου  $f_0$  η ιδιοσυχνότητα του συστήματος.

Αν τετραπλασιάσουμε τη μάζα  $m$  του σώματος, ενώ η συχνότητα του διεγέρτη παραμένει σταθερή, τότε:

2.2.A Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος



- α. γίνεται  $\frac{f_0}{2}$ .      β. γίνεται  $2 f_0$ .      γ. παραμένει σταθερή.

Μονάδες 3

2.2.Β Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας στο 2.2.Α.

Μονάδες 5

2.2.Γ Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος

- α. αυξάνεται.      β. ελαττώνεται.      γ. παραμένει σταθερό.

Μονάδες 3

2.2.Δ Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας στο 2.2.Γ .

Μονάδες 6

**1.Β.41.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Σώμα μάζας  $m$  είναι κρεμασμένο από ελατήριο σταθεράς  $k$  και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους  $A_1$  και συχνότητας  $f_1$ . Παρατηρούμε ότι, αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί και γίνει  $f_2$ , το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι πάλι  $A_1$ . Για να γίνει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεγαλύτερο του  $A_1$  πρέπει η συχνότητα  $f$  του διεγέρτη να είναι:

- α.  $f > f_2$       β.  $f < f_1$ .      γ.  $f_1 < f < f_2$

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

**1.Β.42.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2010] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα συντονισμού είναι 10Hz. Αν η συχνότητα του διεγέρτη από 10Hz γίνει 20Hz, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης

- α. μειώνεται      β. αυξάνεται      γ. παραμένει σταθερό

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (μονάδες 6)

Μονάδες 8

**1.Β.43.** [Ημ. Λύκειο Σεπτ 2000] Κύκλωμα που περιέχει τα στοιχεία  $R_1$ ,  $L$ ,  $C$  σε σειρά τροφοδοτείται από πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος σταθερής κυκλικής συχνότητας. Αντικαθιστούμε την αντίσταση  $R_1$  με μια άλλη  $R_2$  έτσι, ώστε  $R_2 > R_1$ .

Μεταβάλλεται η συχνότητα συντονισμού;

Μονάδες 4

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

**1.Β.44.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2001] Κύκλωμα RLC σε σειρά βρίσκεται σε συντονισμό. Αν αυξήσουμε την κυκλική συχνότητα  $\omega$  της εναλλασσόμενης τάσης, τότε το πλάτος της έντασης του ρεύματος:

- α. αυξάνεται      β. ελαττώνεται      γ. παραμένει σταθερό

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

**1.Β.45.** [Ημ. Λύκειο Ιουλ 2003] Γυρίζουμε το κουμπί επιλογής των σταθμών ενός ραδιοφώνου από τη συχνότητα 91,6 MHz στη συχνότητα 105,8 MHz. Η χωρητικότητα του πυκνωτή του κυκλώματος LC επιλογής σταθμών του ραδιοφώνου

- α. αυξάνεται.      β. μειώνεται.      γ. παραμένει σταθερή.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**1. Β. 46.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2004] Κύκλωμα LC με αντίσταση R εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα  $f_1$ . Τότε το πλάτος του ρεύματος είναι  $I_1$ . Παρατηρούμε ότι όταν η συχνότητα του διεγέρτη ελαττώνεται με αφετηρία την  $f_1$ , το πλάτος του ρεύματος συνεχώς ελαττώνεται. Με αφετηρία τη συχνότητα  $f_1$  αυξάνουμε τη συχνότητα του διεγέρτη.

A. Στην περίπτωση αυτή, τι ισχύει για το πλάτος του ρεύματος;

α. Θα μειώνεται συνεχώς.

β. Θα αυξάνεται συνεχώς.

γ. Θα μεταβάλλεται και για κάποια συχνότητα του διεγέρτη θα γίνει και πάλι  $I_1$ .

Μονάδες 3

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**1. Β. 47.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2011] Σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση σταθερού πλάτους. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι  $f_0$  και η περίοδος του διεγέρτη είναι  $T_1$  όπου  $T_1 > \frac{1}{f_0}$ . Αν η περίοδος του διεγέρτη αυξηθεί, τότε το πλάτος της ταλάντωσης

α. μικραίνει. β. παραμένει το ίδιο.

γ. μεγαλώνει.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή φράση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

## • ΣΥΝΘΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

### ΘΕΜΑ Α

#### **ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ**

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

**1. Α. 130.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2003] Δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο σημείο, έχουν την ίδια διεύθυνση και συχνότητα, και πλάτη  $A_1$  και  $A_2$ . Αν οι ταλαντώσεις αυτές παρουσιάζουν διαφορά φάσης  $180^\circ$ , τότε το πλάτος  $A$  της σύνθετης ταλάντωσης που προκύπτει από τη σύνθεσή τους είναι

$$\alpha. A = A_1 + A_2 \quad \beta. A = |A_1 - A_2| \quad \gamma. A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \quad \delta. A = \sqrt{|A_1^2 - A_2^2|}$$

**1. Α. 131.** [Ημ. Λύκειο Μά 2004] Σώμα συμμετέχει ταυτόχρονα σε δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που περιγράφονται από τις σχέσεις  $x_1 = A\eta\mu\omega_1 t$  και  $x_2 = A\eta\mu\omega_2 t$ , των οποίων οι συχνότητες  $\omega_1$  και  $\omega_2$  διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Η συνισταμένη ταλάντωση έχει:

α. συχνότητα  $2(\omega_1 - \omega_2)$ .

β. συχνότητα  $\omega_1 + \omega_2$ .

γ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και  $2A$ .

δ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και  $A$ .

**1.Α.132.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2004] Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους και διεύθυνσης. Οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  ( $f_1 > f_2$ ) των δύο ταλαντώσεων διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται διακρότημα. Αν η συχνότητα  $f_2$  προσεγγίσει τη συχνότητα  $f_1$ , χωρίς να την ξεπεράσει, ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους θα:

- α. αυξηθεί.                                      β. μειωθεί.  
γ. παραμένει ο ίδιος.                      δ. αυξηθεί ή θα μειωθεί ανάλογα με την τιμή της  $f_2$ .

**1.Α.133.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2005] Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, προκύπτει απλή αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους, μόνο όταν οι επιμέρους ταλαντώσεις έχουν

- α. ίσες συχνότητες.  
β. παραπλήσιες συχνότητες.  
γ. διαφορετικές συχνότητες.  
δ. συχνότητες που η μία είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της άλλης.

**1.Α.134.** [Ημ. Λύκειο Μα 2006] Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος  $A$  και συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους

- α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης είναι  $2A$ .  
β. όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.

- γ. ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι  $T = \frac{1}{f_1 + f_2}$ .  
δ. Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι  $T = \frac{1}{2|f_1 - f_2|}$ .

**1.Α.135.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2007] Το αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται πάνω στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας είναι μια νέα αρμονική ταλάντωση, όταν οι δύο αρχικές ταλαντώσεις έχουν

- α. παραπλήσιες συχνότητες και ίδια πλάτη.  
β. παραπλήσιες συχνότητες και διαφορετικά πλάτη.  
γ. ίδιες συχνότητες και διαφορετικά πλάτη.  
δ. ίδια πλάτη και διαφορετικές συχνότητες.

**1.Α.136.** [Εσπ. Λύκειο. Μα 2008] Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους  $A$ , που πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο. Αν οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων  $f_1$  και  $f_2$  διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, τότε

- α. το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.  
β. το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό.  
γ. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης είναι  $2A$ .

δ. η περίοδος των διακροτημάτων είναι ανάλογη με τη διαφορά συχνοτήτων  $f_1 - f_2$ .

**1. A. 137.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2008] Η κίνηση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων

- α. είναι ανεξάρτητη από τις συχνότητες των επιμέρους αρμονικών ταλαντώσεων.
- β. είναι ανεξάρτητη από τη διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων.
- γ. είναι ανεξάρτητη από τις διευθύνσεις των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.
- δ. εξαρτάται από τα πλάτη των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.

**1. A. 138.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Δύο αρμονικές ταλαντώσεις  $x(t)$ ,  $y(t)$  περιγράφονται από τις σχέσεις  $x(t) = x_0 \sin(\omega t)$  και  $y(t) = y_0 \sin(\omega t + \pi/10)$  όπου  $x_0 > 0$ ,  $y_0 > 0$  σταθερές,  $t$  είναι ο χρόνος και  $\omega$  η κυκλική συχνότητα των αρμονικών ταλαντώσεων. Η απόλυτη τιμή της διαφοράς φάσης τους  $|\Delta\phi|$  θα είναι:

- α.  $\pi/2$
- β.  $2\pi/5$
- γ.  $3\pi/5$
- δ.  $\pi/10$

**1. A. 139.** [Ημ. Λύκειο Μά. 2010] Διακρότημα δημιουργείται κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων οι οποίες πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι δύο ταλαντώσεις έχουν

- α. ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες.
- β. άνισα πλάτη και ίσες συχνότητες.
- γ. ίσα πλάτη και παραπλήσιες συχνότητες.
- δ. ίσα πλάτη και συχνότητες εκ των οποίων η μια είναι πολλαπλάσια της άλλης.

**1. A. 140.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2010] Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο στην ίδια διεύθυνση και έχουν διαφορά φάσης  $180^\circ$ , το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι

- α.  $A_1 + A_2$
- β.  $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$
- γ.  $|A_1 - A_2|$
- δ.  $\sqrt{|A_1^2 - A_2^2|}$

όπου  $A_1$  και  $A_2$  είναι τα πλάτη των αρχικών ταλαντώσεων.

**1. A. 141.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2010] Δύο ταλαντώσεις με συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  δημιουργούν διακροτήματα. Η περίοδος των διακροτημάτων ισούται με:

- α.  $|f_1 - f_2|$
- β.  $|f_1 + f_2|$
- γ.  $\frac{1}{|f_1 - f_2|}$
- δ.  $\left| \frac{1}{f_1 + f_2} \right|$

**1. A. 142.** [Ημ. + Εσπ Λύκειο. Επαναλ. 2011] Η σύνθετη ταλάντωση ενός σώματος προκύπτει από δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας στην ίδια διεύθυνση. Το σώμα, σε σχέση με τις αρχικές ταλαντώσεις, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με

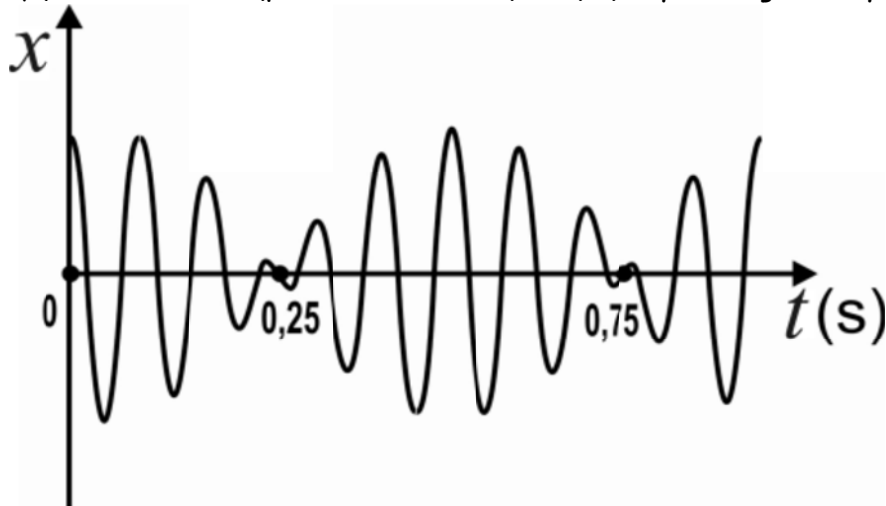
- α. ίδια διεύθυνση και ίδια συχνότητα.
- β. διαφορετική διεύθυνση και ίδια συχνότητα.
- γ. ίδια διεύθυνση και διαφορετική συχνότητα.
- δ. διαφορετική διεύθυνση και διαφορετική συχνότητα.

**1.A.143.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2011] Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις  $x_1=A_1\eta\mu\omega t$  και  $x_2=A_2\eta\mu(\omega t+\pi)$  που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο, με  $A_2 > A_1$ .

Η σύνθετη ταλάντωση που προκύπτει έχει φάση απομάκρυνσης

- α.  $\omega t$  και πλάτος  $A_2-A_1$
- β.  $\omega t+\pi$  και πλάτος  $A_2-A_1$
- γ.  $\omega t$  και πλάτος  $A_1+A_2$
- δ.  $\omega t+\pi$  και πλάτος  $\frac{A_1+A_2}{2}$

**1.A.144.** [ΟΕΦΕ 2011] Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η απομάκρυνση  $x$  σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$ , για ένα υλικό σημείο του οποίου η κίνηση παρουσιάζει διακροτήματα.



Το πλήθος των μηδενισμών του πλάτους της κίνησης ανά δευτερόλεπτο είναι ίσος με:

- α. 1
- β. 2
- γ. 3
- δ. 6

**1.A.145.** [ΟΕΦΕ 2011] Υλικό σημείο  $A$  ελαστικού μέσου εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι:

$$y_1 = A\eta\mu 10\pi t \quad \text{και} \quad y_2 = A\eta\mu\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Η εξίσωση της συνισταμένης κίνησης που εκτελεί το σημείο  $A$  είναι:

α.  $y = 2A\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{4})$

β.  $y = 2A\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{2})$

γ.  $y = A\sqrt{2}\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{4})$

δ.  $y = A\sqrt{2}\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{2})$

**ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ**

Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της πρότασης και δίπλα τη λέξη που τη συμπληρώνει σωστά.  
[Ημ. Λύκειο Μά 2002]

**1. A. 146.** [Ημ. Λύκειο Μά. 2003] Στη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και λίγο διαφορετικές συχνότητες, ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις του πλάτους ονομάζεται ..... του διακροτήματος.

**ΣΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ**

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

**1. A. 147.** [ΟΕΦΕ 2003] Η κίνηση ενός σώματος η οποία προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο είναι πάντα μια απλή αρμονική ταλάντωση.

**1. A. 148.** [ΟΕΦΕ 2003] Το πλάτος της ταλάντωσης ενός σώματος, που εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης, ίδιου πλάτους  $A$ , οι οποίες εξελίσσονται γύρω από το ίδιο σημείο με συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους, είναι  $|A'| = 2A|\sigma\upsilon\nu\pi(f_1 - f_2)t|$

**1. A. 149.** [ΟΕΦΕ 2005] Ένα υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους  $A$  και διαφορετικών συχνοτήτων  $f_1$  και  $f_2$  αντίστοιχα. Οι ταλαντώσεις εκτελούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Αν οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων  $f_1$  και  $f_2$  διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους, τότε.

α. Η σύνθεση των δυο ταλαντώσεων είναι απλή αρμονική ταλάντωση συχνότητας

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2}.$$

β. Η συνισταμένη κίνηση είναι ταλάντωση πλάτους  $2A$ .

γ. Το υλικό σημείο εκτελεί ιδιόμορφη περιοδική κίνηση συχνότητας  $f \approx f_1$ .

δ. Η κίνηση του υλικού σημείου πραγματοποιείται με συχνότητα  $f = \frac{f_1 - f_2}{2}$

ε. Η κίνηση του σώματος είναι απεριοδική.

**1. A. 150.** [Εσπ. Λύκειο Μάι 2006] Δυο αρμονικές ταλαντώσεις έχουν την ίδια διεύθυνση και γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος αλλά λίγο διαφορετικές συχνότητες. Στη σύνθεση των ταλαντώσεων αυτών ο χρόνος ανάμεσα σε δυο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις του πλάτους ονομάζεται περίοδος των διακροτημάτων.

**1. A. 151.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2009] Η συχνότητα του διακροτήματος είναι μεγαλύτερη από κάθε μια από τις συχνότητες των δύο ταλαντώσεων που δημιουργούν το διακρότημα.

## ΘΕΜΑ Β

**1. B. 48.** [ΟΕΦΕ 2002] Να αποδείξετε τη σχέση που δίνει την περίοδο του διακροτήματος.

**1. B. 49.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2003] Ένα σώμα κάνει ταυτόχρονα ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης, με εξισώσεις  $x_1 = A\eta\mu\omega t$  και  $x_2 = 2A\eta\mu\omega t$ . Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης, είναι

α.  $A$

β.  $3A$

γ.  $2A$ .

Ποιο από τα παραπάνω είναι το σωστό;

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**1. B. 50.** [ΟΕΦΕ 2005] Σημειακή μάζα εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης και θέσης ισορροπίας με εξισώσεις  $x_1 = A_1\eta\mu\omega t$  και  $x_2 = A_2\eta\mu(\omega t + \varphi)$ . Αν  $E_1$  είναι η ενέργεια που θα είχε η σημειακή μάζα αν εκτελούσε μόνο τη πρώτη ταλάντωση και  $E_2$  είναι η ενέργεια που θα είχε αν εκτελούσε μόνο την δεύτερη ταλάντωση, τότε η ενέργεια  $E$  της σύνθετης ταλάντωσης θα είναι

$E = E_1 + E_2$ , αν η διαφορά φάσης των δυο ταλαντώσεων είναι

α.  $\varphi = 0$

β.  $\varphi = \pi/2$

γ.  $\varphi = \pi$

δ.  $\varphi = \pi/3$

i. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

ii. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**1. B. 51.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2006] Σώμα  $\Sigma$  εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, στην ίδια διεύθυνση, με εξισώσεις:

$$x_1 = 5\eta\mu 10t \text{ και } x_2 = 8\eta\mu(10t + \pi)$$

Η απομάκρυνση του σώματος κάθε χρονική στιγμή θα δίνεται από την εξίσωση

α.  $y = 3\eta\mu(10t + \pi)$ .

β.  $y = 3\eta\mu 10t$ .

γ.  $y = 11\eta\mu(10t + \pi)$ .

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

**1. B. 52.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2008] Ένα σώμα μετέχει σε δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και γωνιακές συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι:  $x_1 = 0,2 \eta\mu(998\pi t)$ ,  $x_2 = 0,2\eta\mu(1002\pi t)$  (όλα τα μεγέθη στο S.I.). Ο χρόνος ανάμεσα σε

Σ. ΚΟΥΣΙΔΗΣ

δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους της ιδιόμορφης ταλάντωσης (διακροτήματος) του σώματος είναι:

- α. 2 s      β. 1 s      γ. 0,5 s      Μονάδες 6

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. Μονάδες 6

**1.Β.53.** [ΟΕΦΕ 2012]

Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, ίδιας διεύθυνσης που εκτελούνται γύρω από το ίδιο σημείο. Αν οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι:

$x_1 = \frac{1}{\alpha} \eta \mu \omega t$  και  $x_2 = \frac{1}{\beta} \sigma \nu \omega t$  (όπου α και β θετικοί αριθμοί διάφοροι του μηδενός) τότε το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

- α.  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$   
 β.  $\frac{|\alpha - \beta|}{\alpha \beta}$   
 γ.  $\frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\alpha \beta}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)  
 Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 4)

**1.Β.54.** [Ημ. +

Εσπ Λύκειο. Επαναλ. 2012] Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στην ίδια διεύθυνση. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$y_1 = A \eta \mu \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right), \quad y_2 = 3A \eta \mu \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right).$$

Αν  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_{ολ}$  είναι οι ενέργειες ταλάντωσης για την πρώτη, για τη δεύτερη και για τη συνισταμένη ταλάντωση, τότε ισχύει:

- α.  $E_{ολ} = E_1 - E_2$       β.  $E_{ολ} = E_1 + E_2$       γ.  $E_{ολ}^2 = E_1^2 + E_2^2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).  
 Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Γ**

**1.Γ.13.** [Ημερ. Λύκειο Επαναλ 2009] Υλικό σημείο Σ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις :  $x_1 = A \eta \mu \omega t$  και  $x_2 = A \eta \mu \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right)$ , με  $A = 4 \text{ cm}$  και  $\omega = 10 \text{ rad/s}$ .

α. Να υπολογισθεί το πλάτος  $A_{ολ}$  της συνισταμένης απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το Σ. Μονάδες 6

β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το Σ. Μονάδες 6



γ. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του  $\Sigma$  και να υπολογισθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{15} \text{ s}$  μετά από τη στιγμή  $t = 0$ .

Μονάδες 6

δ. Να υπολογισθεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{120} \text{ s}$ .

Μονάδες 7

Δίνονται:  $\eta\mu\frac{\pi}{6} = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ ,  $\eta\mu\frac{\pi}{4} = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\eta\mu\frac{\pi}{3} = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\sigma\upsilon\nu\frac{A-B}{2}\eta\mu\frac{A+B}{2}.$$



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΚΥΜΑΤΑ

## • ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

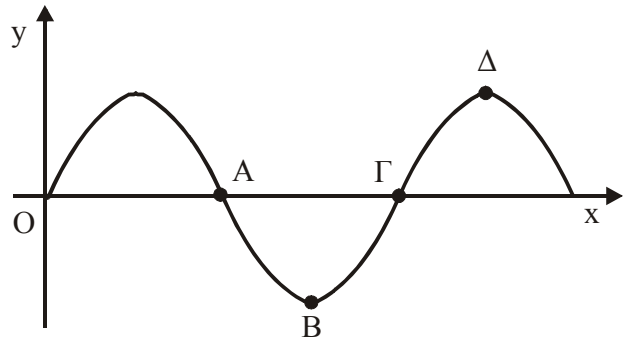
### ΘΕΜΑ Α

#### ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

**2.Α.1.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2003] Το παρακάτω σχήμα παριστάνει στιγμιότυπο εγκάρσιου αρμονικού κύματος. Το σημείο του ελαστικού μέσου που κινείται με μέγιστη ταχύτητα και φορά προς τα επάνω είναι το

- α. Α .     β. Β . γ. Γ     δ. Δ .



**2.Α.2.** [ΟΕΦΕ 2003] Η ταχύτητα διάδοσης ενός μηχανικού κύματος σε ένα ελαστικό μέσο εξαρτάται:

α. από το μήκος κύματος που έχει το κύμα,

β. από τις ιδιότητες του ελαστικού μέσου.

γ. από την ενέργεια που μεταφέρει το κύμα.

δ. από το πλάτος ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου.

**2.Α.3.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2006] Κατά τη διάδοση ενός μηχανικού κύματος σε ένα ελαστικό μέσον

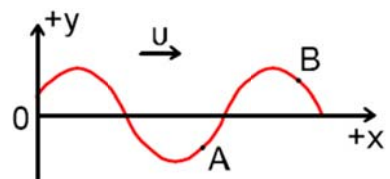
α. μεταφέρεται ενέργεια και ύλη.

β. μεταφέρεται μόνον ύλη.

γ. μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

δ. όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή έχουν την ίδια φάση.

**2.Α.4.** [ΟΕΦΕ 2009] Στο διπλανό φαίνεται το στιγμιότυπο ενός εγκάρσιου γραμμικού αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς, τη θετική φορά του άξονα  $x$ . (Για τον άξονα  $y$  η θετική φορά είναι προς τα πάνω). Για τις φάσεις και τις ταχύτητες ταλάντωσης των σημείων Α και Β του μέ-



σου ισχύει:

- |                            |           |             |
|----------------------------|-----------|-------------|
| α. $\varphi_A < \varphi_B$ | $u_A < 0$ | $u_B < 0$ . |
| β. $\varphi_A > \varphi_B$ | $u_A > 0$ | $u_B > 0$ . |
| γ. $\varphi_A < \varphi_B$ | $u_A > 0$ | $u_B < 0$ . |
| δ. $\varphi_A > \varphi_B$ | $u_A < 0$ | $u_B > 0$ . |

**2.Α.5.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2010] Η ταχύτητα διάδοσης ενός μηχανικού κύματος εξαρτάται από

- |                              |                                      |
|------------------------------|--------------------------------------|
| α. το μήκος κύματος.         | β. τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης. |
| γ. τη συχνότητα του κύματος. | δ. το πλάτος του κύματος.            |

**2.Α.6.** [ΟΕΦΕ 2010] Αρμονικό κύμα διαδίδεται σε ένα ευθύγραμμο ελαστικό μέσο. Όλα τα σημεία του μέσου διάδοσης, που ταλαντώνονται λόγω της διέλευσης του κύματος, έχουν κάθε χρονική στιγμή:

- α. ίδια ταχύτητα ταλάντωσης
- β. ίδια απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας τους
- γ. ίδια συχνότητα ταλάντωσης
- δ. ίδια φάση

**2.Α.7.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2011] Τα μηχανικά κύματα

- α. είναι μόνο εγκάρσια.
- β. είναι μόνο διαμήκη.
- γ. μεταφέρουν ενέργεια και ορμή.
- δ. διαδίδονται στο κενό.

**2.Α.8.** [Ημερ.+Εσπερ. Λύκειο Μά 2012] Η ταχύτητα διάδοσης ενός αρμονικού κύματος εξαρτάται από

- α. τη συχνότητα του κύματος.
- β. τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης.
- γ. το πλάτος του κύματος.
- δ. την ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του μέσου διάδοσης.

### **ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ**

Να γράψετε στο τετράδιό σας τη λέξη που συμπληρώνει σωστά καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.

**2.Α.9.** [Ημ. Λύκειο Μά 2002] Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από μια περιοχή του υλικού μέσου σε άλλη, αλλά δεν μεταφέρεται .....

**2.Α.10.** [Ημ. Λύκειο Μά 2002] Διαμήκη ονομάζονται τα κύματα στα οποία τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται ..... στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

**2.Α.11.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Η απόσταση στην οποία διαδίδεται ένα κύμα σε χρόνο μιας ..... ονομάζεται μήκος κύματος.

**ΣΦΡΑΣΤΟΥ - ΛΑΘΟΥΣ**

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

- 2.Α.12.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2003] Κατά τη διάδοση ενός κύματος σε ένα ελαστικό μέσο μεταφέρεται ενέργεια και ορμή.
- 2.Α.13.** [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2004] Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται μόνο στα στερεά σώματα.
- 2.Α.14.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2005] Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ένα κύμα σε ένα μέσον, εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου που διαταράσσεται, και όχι από το πόσο ισχυρή είναι η διαταραχή.
- 2.Α.15.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2005] Στα διαμήκη κύματα όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- 2.Α.16.** [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2006] Εγκάρσια ονομάζονται τα κύματα στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- 2.Α.17.** [Ημ. Λύκειο Μά 2007] Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια από ένα σημείο σε ένα άλλο, αλλά δεν μεταφέρεται ούτε ύλη ούτε ορμή.
- 2.Α.18.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2007] Τα μηχανικά κύματα μεταφέρουν ενέργεια και ύλη.
- 2.Α.19.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2007] Μήκος κύματος  $\lambda$  είναι η απόσταση στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.
- 2.Α.20.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2008] Στα διαμήκη κύματα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- 2.Α.21.** [Ημ. Λύκειο Μά 2008] Το διάγραμμα της συνάρτησης  $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \sigma\tau\alpha\theta.\right)$  είναι στιγμιότυπο κύματος.
- 2.Α.22.** [Ημ. Λύκειο Μά 2008] Ένα εγκάρσιο μηχανικό κύμα είναι αδύνατο να διαδίδεται στα αέρια.
- 2.Α.23.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2008] Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, όχι όμως ορμή και ύλη.
- 2.Α.24.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2008] Στη διεύθυνση διάδοσης ενός αρμονικού κύματος κάποια σημεία του ελαστικού μέσου παραμένουν συνεχώς ακίνητα.
- 2.Α.25.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2009] Στα εγκάρσια μηχανικά κύματα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- 2.Α.26.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2009] Τα διαμήκη μηχανικά κύματα διαδίδονται σε στερεά, υγρά και αέρια.
- 2.Α.27.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2009] Η ταχύτητα διάδοσης ενός ηχητικού κύματος εξαρτάται από τη συχνότητά του.
- 2.Α.28.** [Ημερ.+Εσπερ. Λύκειο Μά 2011] Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται τόσο στα στερεά όσο και στα υγρά και τα αέρια.
- 2.Α.29.** [ΟΕΦΕ 2012] Τα εγκάρσια κύματα διαδίδονται στα στερεά, τα υγρά και τα αέρια.
- 2.Α.30.** [Ημερ. + Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2012] Το πλάτος ενός αρμονικού κύματος εξαρτάται από το μήκος κύματος  $\lambda$  του κύματος αυτού.

## ΘΕΜΑ Β

**2.Β.1.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2002] Πηγή  $O$  αρχίζει

να ταλαντώνεται με εξίσωση  $y = A\eta\mu\omega t$  σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Το παραγόμενο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του



άξονα  $Ox$ . Τα σημεία  $A$  και  $B$  που φαίνονται στο σχήμα απέχουν από την πηγή  $O$  αποστάσεις  $x_A, x_B$  και οι φάσεις τους την ίδια χρονική στιγμή είναι αντίστοιχα  $\varphi_A$  και  $\varphi_B$ . Ποιο από τα δύο ισχύει;

α.  $\varphi_A < \varphi_B$ .

β.  $\varphi_A > \varphi_B$ .

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

**2.Β.2.** [ΟΕΦΕ 2002] Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, προς την αρνητική κατεύθυνση. Οι φάσεις της ταλάντωσης δύο σημείων  $A$  και  $B$  του ελαστικού μέσου, την ίδια χρονική στιγμή, είναι  $\varphi_A = \frac{15\pi}{2}$  και  $\varphi_B = \frac{5\pi}{2}$ , αντί-

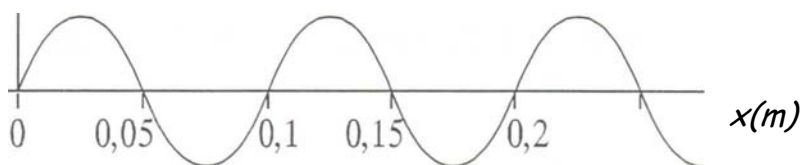
στοιχα. Αν τα δύο σημεία βρίσκονται στον θετικό ημιάξονα, ποιο βρίσκεται πλησιέστερα προς τη θέση  $x = 0$ ;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**2.Β.3.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2004] Το σχήμα 1 παριστάνει στιγμιότυπο εγκάρσιου αρμονικού κύματος, ενώ το σχήμα 2 παριστάνει την κατακόρυφη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας ενός δεδομένου σημείου του ελαστικού μέσου, στο οποίο διαδίδεται το παραπάνω κύμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.

$y$

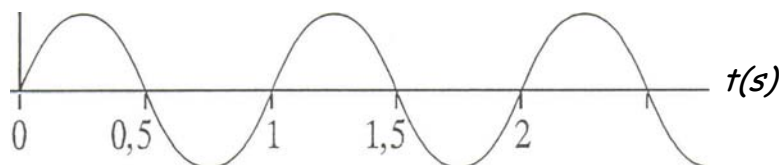
$t = \text{σταθερό}$



Σχήμα 1

$x = \text{σταθερό}$

$y$



Σχήμα 2

Από τη μελέτη των δύο σχημάτων προκύπτει ότι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι

α.  $0,1 \text{ m/s}$ .

β.  $1 \text{ m/s}$ .

γ.  $10 \text{ m/s}$ .

Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**2.Β.4.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2011] Πηγή εγκάρσιου κύματος ταλαντώνεται με συχνότητα  $f$  και πλάτος  $A$  και δημιουργεί σε γραμμικό ελαστικό μέσο κύμα, που περιγράφεται από την ε-

ξίσωση  $y = A \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

Όταν η πηγή του κύματος ταλαντώνεται με διπλάσια συχνότητα και το ίδιο πλάτος, δημιουργεί στο ελαστικό μέσο κύμα, που περιγράφεται από την εξίσωση

$$\alpha. y = A \eta \mu 2\pi \left( \frac{2t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad \beta. y = A \eta \mu 4\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad \gamma. y = A \eta \mu \pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

**2.Β.5.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2012] Ένα απλό αρμονικό κύμα διαδίδεται μέσα σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο με μήκος κύματος  $\lambda$ . Την χρονική στιγμή  $t$  δύο σημεία Α και Β που βρίσκονται στις θέσεις  $x_A = \frac{3\lambda}{8}$  και  $x_B = \frac{5\lambda}{8}$  αντίστοιχα, έχουν διαφορά φάσης

$$\alpha. \Delta\varphi = 0 \quad \beta. \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \gamma. \Delta\varphi = \pi$$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

## ΘΕΜΑ Γ

**2.Γ.1.** [Ημ. Λύκειο Μά 2002] Το σημείο Ο ομογενούς ελαστικής χορδής, τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y = 0,05 \eta \mu 8\pi t$  (SI) κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα  $x'x$ , κατά μήκος της χορδής, που διέρχεται από το σημείο Ο με ταχύτητα μέτρου  $20 \text{ m/s}$ .

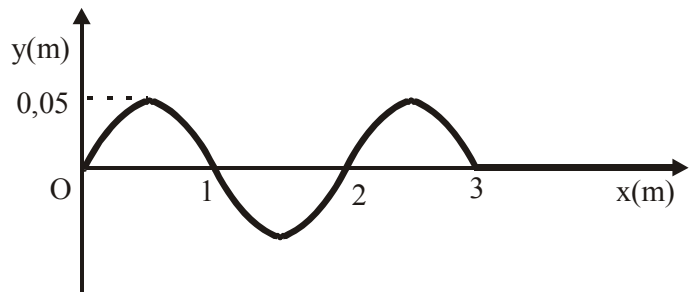
α. Να βρεθεί ο χρόνος που χρειάζεται ένα υλικό σημείο του ελαστικού μέσου για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση. Μονάδες 6

β. Να βρεθεί το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος. Μονάδες 6

γ. Να γραφεί η εξίσωση του ίδιου κύματος. Μονάδες 6

δ. Να βρεθεί το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται ένα σημείο της χορδής. Μονάδες 7

**2.Γ.2.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2003] Η πηγή κύματος  $O$  αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A = 0,05 \text{ m}$ . Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, κατά τον άξονα  $Ox$ . Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο του κύματος μετά από χρόνο  $t_1 = 0,3 \text{ s}$ , κατά τον οποίο το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση  $3 \text{ m}$ .



- α. Να βρείτε την ταχύτητα  $υ$  διάδοσης του κύματος στο ελαστικό μέσο. Μονάδες 5
- β. Να βρείτε την περίοδο  $T$  του αρμονικού κύματος. Μονάδες 5
- γ. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος. Μονάδες 7
- δ. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$ . Μονάδες 8

**2.Γ.3.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2004] Η πηγή  $O$  αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, που περιγράφεται από την εξίσωση  $y = A\eta\mu\omega t$ . Το κύμα που δημιουργεί διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά. Ένα σημείο  $\Sigma$  απέχει από την πηγή  $O$  απόσταση  $10 \text{ m}$ . Στη γραφική παράσταση φαίνεται η απομάκρυνση του σημείου  $\Sigma$  από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο.

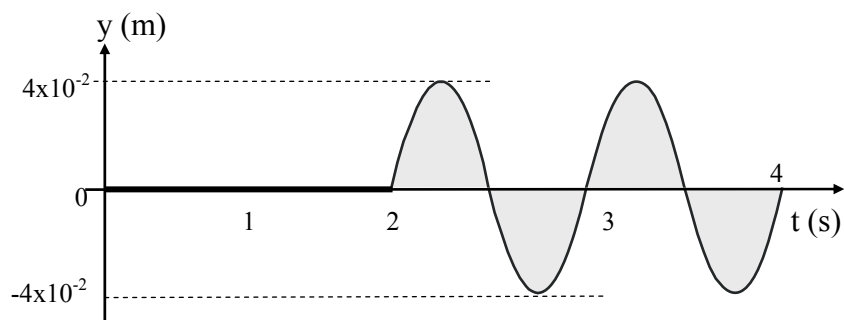
**A.** Να υπολογίσετε

1. τη συχνότητα του κύματος. Μονάδες 6
2. την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. Μονάδες 6
3. τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου  $\Sigma$ .

Μονάδες 6

**B.** Να γράψετε την εξίσωση αυτού του κύματος.

Μονάδες 7



**2.Γ.4.** [Εσπερ. Λύκειο Μα 2005] Σε ένα σημείο μιας λίμνης, μια μέρα χωρίς αέρα, ένα σκάφος ρίχνει άγκυρα. Από το σημείο της επιφάνειας της λίμνης που πέφτει η άγκυρα ξεκινά εγκάρσιο κύμα. Ένας άνθρωπος που βρίσκεται σε βάρκα παρατηρεί ότι το κύμα φτάνει σ' αυτόν  $50 \text{ s}$  μετά την πτώση της άγκυρας. Το κύμα έχει ύψος  $10 \text{ cm}$  πάνω από την επιφάνεια της λίμνης, η απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κορυφές του κύματος είναι  $1 \text{ m}$ , ενώ μέσα σε χρόνο  $5 \text{ s}$  το κύμα φτάνει στη βάρκα  $10$  φορές. Να υπολογίσετε:

- A. Την περίοδο του κύματος που φτάνει στη βάρκα. Μονάδες 5



- Β. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. Μονάδες 6
- Γ. Την απόσταση της βάρκας από το σημείο πτώσης της άγκυρας. Μονάδες 7
- Δ. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του ανθρώπου στη βάρκα. Μονάδες 7

**2.Γ.5.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2006] Δύο σημαδούρες Α και Β απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $AB = 13,5$  m και η ευθεία που διέρχεται από αυτές είναι κάθετη στην ακτογραμμή. Πλοίο που κινείται παράλληλα στην ακτογραμμή, μακριά από τις σημαδούρες δημιουργεί κύμα, με φορά διάδοσης από την Α προς την Β, το οποίο θεωρούμε εγκάρσιο αρμονικό. Το κύμα διαδίδεται προς την ακτή. Εξ αιτίας του κύματος η κάθε σημαδούρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της 30 φορές το λεπτό. Ο χρόνος που απαιτείται, για να φθάσει ένα «όρος» του κύματος από τη σημαδούρα Α στη Β, είναι 9s. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε σημαδούρας είναι  $\frac{\pi}{5}$  m/s. Θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων τη σημαδούρα Α και ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή που η σημαδούρα Α βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και κινείται προς τα θετικά.

- α. Να υπολογιστεί το μήκος του κύματος. Μονάδες 6
- β. Πόσο απέχει η σημαδούρα Α από την ακτή, αν αυτή βρίσκεται για 21η φορά στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης της, όταν το κύμα φθάσει στην ακτή. Μονάδες 6
- γ. Να γραφεί η εξίσωση ταλάντωσης της σημαδούρας Β, καθώς το κύμα διαδίδεται από τη σημαδούρα Α προς τη Β. Μονάδες 6
- δ. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης της σημαδούρας Β κάποια χρονική στιγμή που η σημαδούρα Α βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της ταλάντωσης της. Μονάδες 7

**2.Γ.6.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2007] Κατά μήκος ομογενούς γραμμικού ελαστικού μέσου που έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x$ , όπως φαίνεται στο σχήμα, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση:  $y = 0,05 \eta\mu 2\pi (2t - 5x)$  (S.I.)

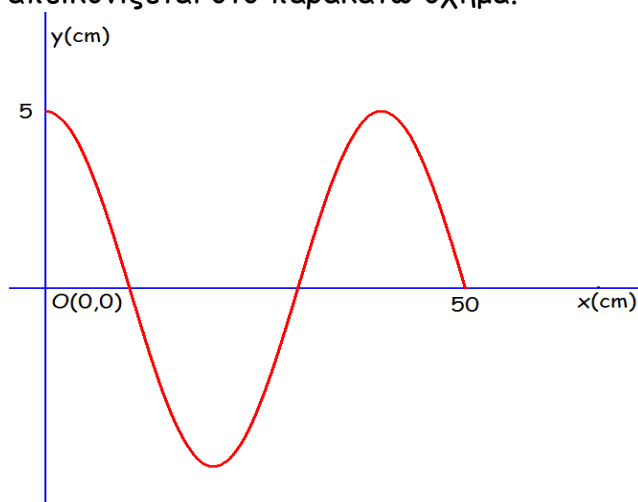


Να υπολογίσετε:

- α. τη συχνότητα και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. Μονάδες 6
- β. τη μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα. Μονάδες 6
- γ. την απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία βρίσκονται στον θετικό ημιάξονα  $Ox$  και παρουσιάζουν την ίδια χρονική στιγμή διαφορά φάσης  $\frac{5\pi}{2}$  rad. Μονάδες 6

- δ. την ταχύτητα ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή  $t = 1,5 \text{ s}$  ενός σημείου του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα  $Ox$  και απέχει από την αρχή  $O$  ( $x=0$ ) απόσταση  $0,3 \text{ m}$ . Μονάδες 7  
 Δίνονται:  $\pi = 3,14$  και  $\pi^2 \approx 10$ .

2.Γ.7. [Εσπερ. Λύκειο Μα 2008] Το άκρο  $O$  γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του ημιάξονα  $Ox$ , αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή  $t = 0$ , σύμφωνα με την εξίσωση  $y = A\eta\mu 2\pi t$  ( $y$  σε  $\text{cm}$ ,  $t$  σε  $\text{s}$ ). Το εγκάρσιο κύμα, που δημιουργείται, διαδίδεται κατά μήκος του γραμμικού ελαστικού μέσου. Κάποια χρονική στιγμή το στιγμιότυπο του κύματος απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.



- A. Να βρείτε το μήκος κύματος και την περίοδο του κύματος. Μονάδες 6  
 B. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. Μονάδες 6  
 Γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος. Μονάδες 7  
 Δ. Να βρείτε την ενέργεια ενός πολύ μικρού τμήματος του ελαστικού μέσου μάζας  $\Delta m = 8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ . Μονάδες 6  
 Δίνεται:  $\pi^2 \approx 10$ .

- 2.Γ.8. [ΟΕΦΕ 2008] Γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκος του οριζοντίου ημιάξονα  $Ox$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , το υλικό σημείο  $O$  του ελαστικού μέσου εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, η απομάκρυνση της οποίας περιγράφεται από την εξίσωση  $y = 0,1\eta\mu\omega t$  (S.I). Η ταλάντωση του σημείου  $O$  εξελίσσεται στην κατακόρυφη διεύθυνση και έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή αρμονικού κύματος το οποίο διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του ημιάξονα  $Ox$ . Αν γνωρίζετε ότι τη χρονική στιγμή  $0,4\text{s}$  το υλικό σημείο  $O$  έχει εκτελέσει δύο πλήρεις ταλαντώσεις και την ίδια χρονική στιγμή το κύμα έχει διαδοθεί μέχρι τη θέση  $x_1 = 4\text{m}$  τότε:  
 α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος.  
 β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ενός σημείου  $N$  που βρίσκεται στη θέση  $x_2 = 3\text{m}$  τη χρονική στιγμή κατά την οποία η φάση του σημείου  $O$  είναι  $3,75\pi \text{ rad}$ .  
 γ. i. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $0,25 \text{ sec}$ .

ii. Να προσδιορίσετε τις θέσεις των σημείων μέσου που έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια εκείνη τη χρονική στιγμή.

Αν η απλή αρμονική ταλάντωση του υλικού σημείου  $O$  προκύπτει από την σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, οι οποίες εξελίσσονται στην κατακόρυφη διεύθυνση και οι απομακρύνσεις τους περιγράφονται από τις εξισώσεις  $y_1 = A_1 \eta \mu \omega t$  και  $y_2 = 0,1 \eta \mu(\omega t + \pi)$ , τότε:

δ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης  $y_1$  σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται συν  $\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  και  $\pi = 3,14$ .

**2.Γ.9.** [Ημ. Λύκειο Μα 2009] Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα  $x'x$  είναι:  $y = 0,4 \eta \mu 2\pi(2t - 0,5x)$  (S.I.)

Να βρείτε:

- α. Το μήκος κύματος  $\lambda$  και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος  $u$ . Μονάδες 6
- β. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου. Μονάδες 6
- γ. Τη διαφορά φάσης που παρουσιάζουν την ίδια χρονική στιγμή δύο σημεία του ελαστικού μέσου, τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με 1,5 m. Μονάδες 6
- δ. Για τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{11}{8} s$  να βρείτε την εξίσωση που περιγράφει το στιγμιότυπο του κύματος, και στη συνέχεια να το σχεδιάσετε.  
(Το στιγμιότυπο του κύματος να σχεδιαστεί με στυλό ή μολύβι στο μιλιμετρέ).

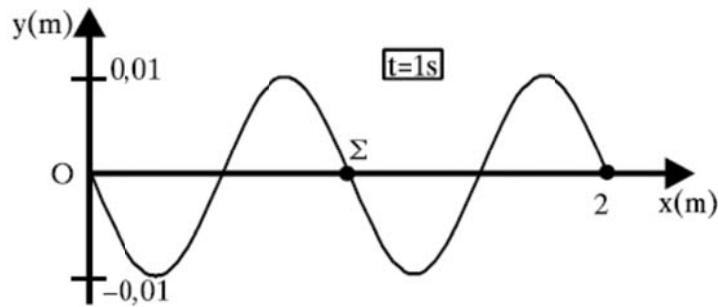
Μονάδες 7

**2.Γ.10.** [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2010] Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος είναι:  
 $y = 0,2 \eta \mu 2\pi(t - 2x)$  (S. I.)

Να υπολογίσετε:

- Γ.1. την περίοδο και το μήκος κύματος. Μονάδες 6
- Γ.2. την ταχύτητα του κύματος. Μονάδες 6
- Γ.3. τη μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου. Μονάδες 6
- Γ.4. την απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου που παρουσιάζουν διαφορά φάσης  $4\pi \text{ rad}$ . Δίδεται  $\pi^2 \cong 10$  Μονάδες 7

**2.Γ.11.** [Εσπερ. Λύκειο Μα 2011] Το άκρο  $O$  γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του ημιάξονα  $Ox$ , αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  να ταλαντώνεται με θετική ταχύτητα, δημιουργώντας αρμονικό κύμα. Στο σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t = 1s$ .



- Να βρείτε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος  $υ$  και το μήκος κύματος  $λ$ . Μονάδες 6  
 Γ1. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος. Μονάδες 6  
 Γ2. Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του μέσου. Μονάδες 6  
 Γ3. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός σημείου  $Σ$  του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x_Σ=1m$ , σε συνάρτηση με το χρόνο.  
 Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου. Μονάδες 7

## • ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ - ΣΤΑΣΙΜΑ

### ΘΕΜΑ Α

#### **ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ**

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

- 2.Α.31.** [Ημ. Λύκειο Μά 2003] Δύο όμοιες πηγές κυμάτων Α και Β στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης βρίσκονται σε φάση και παράγουν υδάτινα αρμονικά κύματα. Η καθεμιά παράγει κύμα (πρακτικά) αμείωτου πλάτους 10cm και μήκους κύματος 2m. Ένα σημείο Γ στην επιφάνεια της λίμνης απέχει από την πηγή Α απόσταση 6m και από την πηγή Β απόσταση 2m. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Γ είναι :
- α. 0 cm                      β. 10 cm                      γ. 20 cm                      δ. 40 cm .
- 2.Α.32.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2004] Δύο όμοιες πηγές κυμάτων  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , που βρίσκονται στην επιφάνεια νερού, ταλαντώνονται σε φάση παράγοντας αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους Α. Το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου Σ που ισαπέχει από τις πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  είναι
- α. Α.                              β. 2Α.                              γ.  $\frac{A}{2}$                               δ. 0.
- 2.Α.33.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2005] Η αρχή της επαλληλίας των κυμάτων
- α. παραβιάζεται μόνον όταν τα κύματα είναι τόσο ισχυρά, ώστε οι δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια του μέσου, δεν είναι ανάλογες των απομακρύνσεων.  
 β. δεν παραβιάζεται ποτέ.  
 γ. ισχύει μόνον όταν τα κύματα που συμβάλλουν, προέρχονται από πηγές που βρίσκονται σε φάση.  
 δ. δεν ισχύει, όταν συμβάλλουν περισσότερα από δύο κύματα.

**2.A.34.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2005] Δύο όμοιες πηγές κυμάτων που βρίσκονται στην επιφάνεια νερού ταλαντώνονται σε φάση παράγοντας αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων της επιφάνειας του νερού τα οποία παραμένουν διαρκώς ακίνητα, είναι

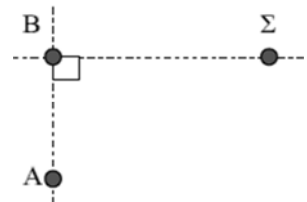
- α. κύκλοι.                      β. ελλείψεις.                      γ. παραβολές.                      δ. υπερβολές.

**2.A.35.** [Εσπερ. Λύκειο Μα 2006] Δυο σύγχρονες πηγές δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα πλάτους  $A$  και μήκους κύματος  $\lambda$ . Ένα σημείο  $\Sigma$  βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού σε αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  από τις πηγές αντίστοιχα. Αν ξέρουμε ότι ισχύει  $|r_1 - r_2| = 11\lambda$ , τότε το  $\Sigma$  ταλαντώνεται με πλάτος

- α.  $A$ .                      β.  $A\sqrt{2}$ .                      γ.  $0$ .                      δ.  $2A$ .

**2.A.36.** [ΟΕΦΕ 2006] Στα σημεία  $A$  και  $B$  της επιφάνειας μίας ήρεμης λίμνης βρίσκονται δύο σύγχρονες πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , που ταλαντώνονται χωρίς αρχική φάση και δημιουργούν επιφανειακά κύματα ίδιου πλάτους  $A$ . Σημείο  $\Sigma$  της επιφάνειας της λίμνης του οποίου η θέση φαίνεται στο διπλανό σχήμα, εκτελεί ταλάντωση με πλάτος  $2A$ . Αν  $(AB) = 3\text{m}$ ,  $(B\Sigma) = 4\text{m}$  και  $(\widehat{A\hat{B}\Sigma}) = 90^\circ$ , τότε το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν οι πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  μπορεί να ισούται με:

- α.  $0,3\text{m}$                       β.  $0,4\text{m}$                       γ.  $0,5\text{m}$                       δ.  $0,6\text{m}$



**2.A.37.** [ΟΕΦΕ 2008] Δύο σύγχρονες πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , παράγουν εγκάρσια αρμονικά κύματα πλάτους  $A$ , τα οποία διαδίδονται στην ήρεμη επιφάνεια ενός υγρού. Το πλάτος της ταλάντωσης του μέσου του ευθύγραμμου τμήματος  $\Pi_1\Pi_2$  είναι:

- α.  $0$                       β.  $A/2$                       γ.  $A$                       δ.  $2A$

**2.A.38.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2010] Κατά τη συμβολή δύο κυμάτων που δημιουργούνται στην επιφάνεια υγρού από δύο σύγχρονες πηγές  $A$  και  $B$ , παρατηρείται ταλάντωση με μέγιστο πλάτος στα σημεία  $O$  της επιφάνειας, που η διαφορά  $OA - OB$  είναι

- α.  $(2N + 1)\lambda/2$                       β.  $N\lambda/2$                       γ.  $3N\lambda/4$                       δ.  $N\lambda$

για όλες τις ακέραιες τιμές του  $N$ .

**2.A.39.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2012] Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα. Σημείο  $M$  που απέχει από τις πηγές αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  εκτελεί, λόγω συμβολής, ταλάντωση πλάτους  $2A$ . Αν  $k$  είναι ακέραιος και  $\lambda$  το μήκος κύματος των δύο κυμάτων για τα  $r_1$  και  $r_2$ , ισχύει

- α.  $r_1 + r_2 = k\lambda$                       β.  $r_1 - r_2 = k\lambda$   
 γ.  $r_1 - r_2 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$                       δ.  $r_1 + r_2 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$

**ΣΤΑΣΙΜΑ**

**2.Α.40.** [Ημ. Λύκειο Μα 2002] Το μήκος κύματος δύο κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα είναι  $\lambda$ . Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών του στάσιμου θα είναι:

α.  $\lambda$

β.  $\lambda/2$

γ.  $2\lambda$

δ.  $\lambda/4$

**2.Α.41.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2002] Στάσιμο κύμα δημιουργείται σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Τότε για τα διάφορα σημεία του ελαστικού μέσου ισχύει ότι

α. έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.

β. έχουν διαφορετική συχνότητα ταλάντωσης.

γ. το πλάτος ταλάντωσης τους εξαρτάται από τη θέση τους.

δ. γίνεται μεταφορά ενέργειας από το ένα σημείο στο άλλο.

**2.Α.42.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Το πλάτος της ταλάντωσης κάθε σημείου ελαστικού μέσου στο οποίο σχηματίζεται στάσιμο κύμα:

α. είναι το ίδιο για όλα τα σημεία του μέσου.

β. εξαρτάται από τη θέση του σημείου.

γ. εξαρτάται από τη θέση και τη χρονική στιγμή.

δ. εξαρτάται από τη χρονική στιγμή.

**2.Α.43.** [ΟΕΦΕ 2005] Στάσιμο κύμα δημιουργείται κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου. Δύο υλικά σημεία Α και Β του ελαστικού μέσου, βρίσκονται δεξιά ενός δεσμού, σε αποστάσεις  $\lambda/8$  και  $\lambda/4$  αντίστοιχα. Η ενέργεια ταλάντωσης  $E_A$  του σημείου Α θα είναι :

α. μηδέν

β. μεγαλύτερη της ενέργειας ταλάντωσης  $E_B$  του σημείου Β

γ. ίση με την ενέργεια ταλάντωσης  $E_B$  του σημείου Β

δ. μικρότερη της ενέργειας ταλάντωσης  $E_B$  του σημείου Β

**2.Α.44.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2006] Σ' ένα στάσιμο κύμα όλα τα μόρια του ελαστικού μέσου στο οποίο δημιουργείται

α. έχουν ίδιες κατά μέτρο μέγιστες ταχύτητες.

β. έχουν ίσα πλάτη ταλάντωσης.

γ. διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας.

δ. έχουν την ίδια φάση.

**2.Α.45.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2006] Τα σημεία ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου στο οποίο έχει δημιουργηθεί στάσιμο εγκάρσιο κύμα και τα οποία βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών έχουν

α. διαφορετική περίοδο ταλάντωσης.

β. διαφορετική συχνότητα ταλάντωσης.

γ. διαφορά φάσης  $\pi$  (rad).

δ. ίδια φάση.

**2.Α.46.** [Ημερ. Λόγχειο Μά 2009] Σε στάσιμο κύμα δύο σημεία του ελαστικού μέσου βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών. Τότε τα σημεία αυτά έχουν

- α. διαφορά φάσης  $\pi$ . β. την ίδια φάση.  
 γ. διαφορά φάσης που εξαρτάται από την απόστασή τους. δ. διαφορά φάσης  $\frac{\pi}{2}$ .

**2.Α.47.** [Ημ. Λόγχειο Επαναλ 2009] Στη χορδή μιας κιθάρας, της οποίας τα άκρα είναι σταθερά στερεωμένα, δημιουργείται στάσιμο κύμα. Το μήκος της χορδής είναι ίσο με  $L$ . Τέσσερα (4) συνολικά σημεία (μαζί με τα άκρα) παραμένουν συνεχώς ακίνητα. Αν  $\lambda$  είναι το μήκος κύματος των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προήλθε το στάσιμο κύμα, τότε:

- α.  $L = 3\lambda$  β.  $L = 2\lambda$ , γ.  $L = \frac{2\lambda}{3}$  δ.  $L = \frac{3\lambda}{2}$

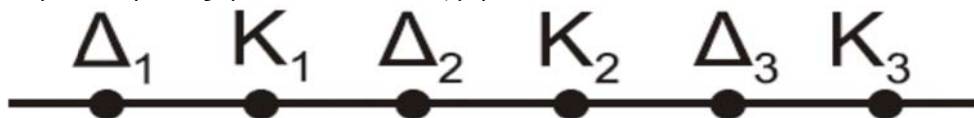
**2.Α.48.** [Ημερ. Λόγχειο Μά 2010] Μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών στάσιμου κύματος τα σημεία του ελαστικού μέσου

- α. έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης. β. έχουν την ίδια φάση.  
 γ. έχουν την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης. δ. είναι ακίνητα.

**2.Α.49.** [ΟΕΦΕ 2010] Σε ευθύγραμμο ελαστικό μέσο, που εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ , έχουμε διάδοση κυμάτων. Στο ελαστικό μέσο δημιουργείται στάσιμο κύμα, με το σημείο  $x = 0$  του ελαστικού μέσου να είναι κοιλία. Ξεκινώντας από το σημείο  $x = 0$  και κινούμενοι προς τα θετικά του άξονα  $x'x$ , η διαφορά φάσης μεταξύ της δεύτερης και της τέταρτης κοιλίας που συναντάμε είναι:

- α.  $\pi/2$  rad β.  $\pi$  rad γ.  $2\pi$  rad δ.  $0$  rad

**2.Α.50.** [Ημερ. Λόγχειο Επαναλ 2012] Σε γραμμικό ελαστικό μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα. Μερικοί διαδοχικοί δεσμοί ( $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ ) και μερικές διαδοχικές κοιλίες ( $K_1, K_2, K_3$ ) του στάσιμου κύματος φαίνονται στο σχήμα.



Αν  $\lambda$  το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα, τότε η απόσταση ( $\Delta_1 K_2$ ) είναι

- α.  $\lambda$  β.  $3\frac{\lambda}{4}$  γ.  $\frac{\lambda}{2}$  δ.  $3\frac{\lambda}{2}$ .

### **ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ**

Να γράψετε στο τετράδιό σας τη λέξη που συμπληρώνει σωστά καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.

**2.Α.51.** [Ημ. Λόγχειο Μά 2003] Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται .....

**ΣΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ**

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

- 2.Α.52.** [Ημ. Λύκειο Μά 2004] Το αποτέλεσμα της συμβολής δύο όμοιων κυμάτων στην επιφάνεια υγρού είναι ότι όλα τα σημεία της επιφάνειας είτε παραμένουν διαρκώς ακίνητα είτε ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.
- 2.Α.53.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2005] Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.
- 2.Α.54.** [Ημ. Λύκειο Μά 2006] Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση κάποιου σημείου του μέσου εξαρτάται από την ύπαρξη του άλλου κύματος.
- 2.Α.55.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2006] Δυο πηγές εκπέμπουν κύματα με το ίδιο μήκος κύματος. Για να παρατηρηθεί το φαινόμενο συμβολής των κυμάτων αυτών σε τυχαίο σημείο, θα πρέπει οι πηγές να είναι οπωσδήποτε σύγχρονες.
- 2.Α.56.** [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2010] Η αρχή της επαλληλίας δεν ισχύει στα κύματα που δημιουργούνται από μια έκρηξη.
- 2.Α.57.** [Ημερ.+Εσπερ. Λύκειο Μά 2012] Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.
- 2.Α.58.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2012] Η αρχή της επαλληλίας ισχύει και στην περίπτωση που τα κύματα δημιουργούνται από έκρηξη.

**ΣΤΑΣΙΜΑ**

- 2.Α.59.** [Ημ. Λύκειο Μά 2004] Με τα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου σε άλλο σημείο του ίδιου μέσου.
- 2.Α.60.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2005] Σε στάσιμο κύμα τα σημεία του μέσου που ταλαντώνονται, διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.
- 2.Α.61.** [Ημ. Λύκειο Μά 2007] Σε στάσιμο κύμα, μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών, όλα τα σημεία έχουν την ίδια φάση.
- 2.Α.62.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2007] Σε ένα στάσιμο κύμα τα σημεία με μηδενικό πλάτος ταλάντωσης ονομάζονται δεσμοί του στάσιμου κύματος.
- 2.Α.63.** [ΟΕΦΕ 2007] Στο στάσιμο κύμα έχουμε μεταφορά ενέργειας και ορμής.
- 2.Α.64.** [ΟΕΦΕ 2008] Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο στο οποίο δημιουργείται στάσιμο κύμα, όλα τα σημεία που ταλαντώνονται φτάνουν ταυτόχρονα στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσής τους.
- 2.Α.65.** [Ημ. Λύκειο Μά 2009] Στα στάσιμα κύματα, τα σημεία που παρουσιάζουν μέγιστο πλάτος ταλάντωσης ονομάζονται κοιλίες.
- 2.Α.66.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2010] Στα άκρα της χορδής μιας κιθάρας δημιουργούνται πάντα κοιλίες στάσιμου κύματος.
- 2.Α.67.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2010] Όταν σε μια ελαστική χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα, τότε όλα τα σημεία της χορδής διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.
- 2.Α.68.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2010] Σε ένα στάσιμο κύμα, τα σημεία που βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών έχουν φάσεις που διαφέρουν κατά π.

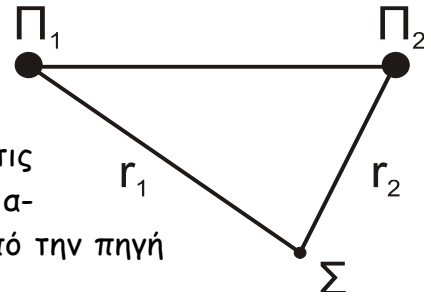


**2.Α.69.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2011] Στα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

**2.Α.70.** [ΟΕΦΕ 2011] Στο στάσιμο κύμα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του ελαστικού μέσου στο άλλο.

## ΘΕΜΑ Β

**2.Β.6.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2002] Α. Δύο αρμονικά εγκάρσια κύματα, που διαδίδονται σε επιφάνεια νερού, έχουν την ίδια συχνότητα και το ίδιο πλάτος. Τα κύματα βρίσκονται σε φάση και ξεκινούν ταυτόχρονα από τις πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ . Τα κύματα φτάνουν σε σημείο  $\Sigma$  που απέχει απόσταση  $r_1$  από την πηγή  $\Pi_1$  και απόσταση  $r_2$  από την πηγή  $\Pi_2$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α. Τι εννοούμε με τον όρο ενίσχυση του κύματος στο σημείο  $\Sigma$ ;

Μονάδες 2

β. Ποια σχέση καθορίζει τη θέση των σημείων στα οποία έχουμε ενισχυτική συμβολή;

Μονάδες 2

γ. Τι εννοούμε με τον όρο απόσβεση του κύματος σε σημείο  $\Sigma$ ;

Μονάδες 2

δ. Ποια σχέση καθορίζει τη θέση των σημείων στα οποία έχουμε απόσβεση; Μονάδες 2

**2.Β.7.** [ΟΕΦΕ 2003] Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  αρχίζουν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να ταλαντώνονται στην επιφάνεια υγρού σύμφωνα με την εξίσωση  $y = A\eta\omega t$ . Οι δύο πηγές δημιουργούν αρμονικά κύματα του ίδιου μήκους κύματος  $\lambda$  τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού. Ένα σημείο  $M$ , το οποίο βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού, απέχει από τις πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  αντίστοιχα, με  $r_1 - r_2 = \lambda/3$ ,

α. Να δείξετε ότι το πλάτος ταλάντωσης του σημείου  $M$  μετά τη συμβολή είναι ίσο με  $A$ ,

β. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης - χρόνου  $y(t)$  και ταχύτητας-χρόνου  $v(t)$  για το σημείο  $M$  μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων,

**2.Β.8.** [Εσπερ. Λύκειο Μα 2005] Δύο σύμφωνες πηγές (1) και (2) δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος  $A$  και μήκος κύματος  $\lambda = 4$  cm. Σημείο  $M$  της επιφάνειας του υγρού απέχει  $r_1 = 17$  cm από την πηγή (1) και  $r_2 = 9$  cm από την πηγή (2).

Α. Το πλάτος της ταλάντωσης στο σημείο  $M$  λόγω της συμβολής είναι ίσο με

α. 0.

β.  $\sqrt{2}A$

γ.  $2A$ .

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**2.Β.9.** [Ημ. Λύκειο Μα 2006] Κατά μήκος ευθείας  $x'x$  βρίσκονται στις θέσεις Κ και Λ δύο σημειακές πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  παραγωγής μηχανικών αρμονικών κυμάτων. Η εξίσωση που περιγράφει τις απομακρύνσεις τους από τη θέση ισοροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι  $y=A\eta\mu\omega t$ .

Η απόσταση (ΚΛ) είναι 6cm. Το μήκος κύματος των παραγόμενων κυμάτων είναι 4cm. Σε σημείο Σ της ευθείας  $x'x$ , το οποίο δεν ανήκει στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ και δεν βρίσκεται κοντά στις πηγές, το πλάτος ταλάντωσής του  $A'$  θα είναι

α.  $A' = 2A$ .                      β.  $A' = 0$ .                      γ.  $0 < A' < 2A$ .                      Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

**2.Β.10.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2007] Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  δημιουργούν εγκάρσια αρμονικά κύματα πλάτους  $A$  και συχνότητας 4 Hz, τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια ενός υγρού με ταχύτητα 20 cm/s. Ένα σημείο που απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις  $r_1 = 17$  cm και  $r_2 = 12$  cm αντίστοιχα

α. ταλαντώνεται με πλάτος  $A$ .

β. ταλαντώνεται με πλάτος  $2A$ .

γ. παραμένει ακίνητο.

Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**2.Β.11.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2007] Στην επιφάνεια υγρού συμβάλλουν δύο όμοια κύματα που δημιουργούνται από δύο σύγχρονες αρμονικές πηγές. Σε σημείο  $\Phi$  που απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  έχουμε ενίσχυση όταν:

α.  $|r_1 - r_2| = \left(2N + \frac{1}{2}\right)\lambda$ .                      β.  $|r_1 - r_2| = N\lambda$ .                      γ.  $|r_1 - r_2| = (2N + 1)\frac{\lambda}{2}$

όπου  $N = 0, 1, 2, \dots, \lambda$  το μήκος κύματος.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**2.Β.12.** [ΟΕΦΕ 2009] Η επιφάνεια υγρού θεωρείται ελαστικό και ομογενές μέσον. Δύο σημεία της επιφάνειας τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αρχίζουν να εκτελούν κατακόρυφη αρμονική ταλάντωση ίδιας περιόδου  $T$ , ίδιου πλάτους  $A$  και ίδιας φάσης. Τα σημεία αυτά θεωρούνται ως πηγές εγκάρσιων αρμονικών κυμάτων και το πλάτος των κυμάτων αυτών δεν μειώνεται με την απόσταση. Υπάρχουν σημεία της επιφάνειας του υγρού τα οποία αρχίζουν να κινούνται όταν φθάνει σ' αυτά το κύμα από την πλησιέστερη πηγή και σταματούν την κίνηση τους όταν φθάνει και το κύμα από την πιο απομακρυσμένη (σημεία απόσβεσης). Για τα σημεία αυτά το χρονικό διάστημα της κίνησης τους είναι:

α.  $\Delta t = N\frac{T}{2}$                       β.  $\Delta t = (2N+1)\frac{T}{2}$                       γ.  $\Delta t = (2N+1)\frac{T}{4}$ .                      Όπου  $N = 0,1,2,\dots$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**2.Β.13.** [Ημ. Λύκειο Μα 2010] Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού δύο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων εκτελούν κατακόρυφες ταλαντώσεις με συχνότητα  $f$  και δημιουργούν εγκάρσια κύματα ίδιου πλάτους  $A$ . Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού ταλα-

ντώνεται εξ αιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων με πλάτος  $2A$ . Αν οι δύο πηγές εκτελέσουν ταλάντωση με συχνότητα  $2f$  και με το ίδιο πλάτος  $A$  τότε το σημείο  $\Sigma$  θα

- α. ταλαντωθεί με πλάτος  $2A$ .  
β. ταλαντωθεί με πλάτος  $4A$ .  
γ. παραμένει ακίνητο.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

**2.Β.14.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2011] Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα πλάτους  $A$ , συχνότητας  $f$  και μήκους κύματος  $\lambda$ . Ένα σημείο  $K$  της επιφάνειας του υγρού ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος  $2A$ . Διπλασιάζουμε τη συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών. Το σημείο  $K$  ταλαντώνεται τώρα με πλάτος

- α.  $2A$                       β.  $A$                       γ.  $0$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

**2.Β.15.** [ΟΕΦΕ 2011] Δύο σύγχρονες πηγές  $A$  και  $B$  δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα, ίδιας συχνότητας και ίδιου πλάτους. Σημείο  $\Sigma$  της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  αντίστοιχα. Εάν  $f_{1,\min}$  η ελάχιστη δυνατή συχνότητα ταλάντωσης των πηγών, ώστε τα κύματα να συμβάλλουν ενισχυτικά στο σημείο  $\Sigma$  και  $f_{2,\min}$  η ελάχιστη δυνατή συχνότητα ταλάντωσης των πηγών, ώστε τα κύματα να συμβάλλουν αποσβεστικά στο σημείο  $\Sigma$ , τότε ο λόγος  $\frac{f_{1,\min}}{f_{2,\min}}$  είναι ίσος με :

- α. 1                              β. 2                              γ.  $\frac{1}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

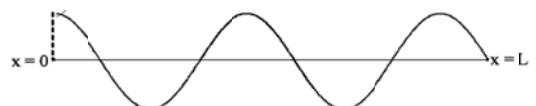
**2.Β.16.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2005] Στη χορδή μιας κιθάρας δημιουργείται στάσιμο κύμα συχνότητας  $f_1$ . Το στάσιμο κύμα έχει τέσσερις δεσμούς, δύο στα άκρα της χορδής και δύο μεταξύ αυτών. Στην ίδια χορδή, με άλλη διέγερση, δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα συχνότητας  $f_2$ , που έχει εννέα συνολικά δεσμούς, δύο στα άκρα της χορδής και 7 μεταξύ αυτών. Η συχνότητα  $f_2$  είναι ίση με

- α.  $\frac{4}{3}f_1$ .                      β.  $\frac{8}{3}f_1$ .                      γ.  $\frac{5}{3}f_1$ .                      Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

**2.Β.17.** [ΟΕΦΕ 2006] Από τη συμβολή δύο εγκάρσιων κυμάτων, ίδιας συχνότητας και πλάτους  $A$ , έχει δημιουργηθεί σε χορδή μήκους  $L$  στάσιμο κύμα. Στο στιγμιότυπο που ακολουθεί όλα τα μόρια του ελαστικού μέσου έχουν τη μέγισ-



στη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του.

α. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος μετά από χρόνο  $\Delta t = \frac{T}{2}$

β. Δύο σημεία Κ, Λ του ελαστικού μέσου βρίσκονται αριστερά και δεξιά του πρώτου δεσμού, σε αποστάσεις  $\lambda/8$  και  $\lambda/12$  αντίστοιχα. Ο λόγος των μέγιστων επιταχύνσεων των σημείων Κ, Λ είναι:

α.  $\sqrt{2}$                       β.  $\frac{1}{2}$                       γ. 1

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**2.Β.18.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2008] Ένα στάσιμο κύμα περιγράφεται από την εξίσωση,  $y = 10 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi x}{4}\right) \cdot \eta\mu 2\pi t$ , όπου τα  $x, y$  είναι σε cm και το  $t$  σε s. Το μήκος κύματος των δύο κυμάτων που συμβάλλουν για να δημιουργήσουν το στάσιμο κύμα είναι:

α. 2 cm                      β. 4 cm                      γ. 8 cm .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

**2.Β.19.** [Ημερ. Λόκειο Μά 2012] Σε γραμμικό ελαστικό μέσο, κατά μήκος του ημιάξονα Οχ, δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση  $x=0$ . Δύο σημεία Κ και Λ του ελαστικού μέσου βρίσκονται αριστερά και δεξιά του πρώτου δεσμού, μετά τη θέση  $x=0$ , σε αποστάσεις  $\frac{\lambda}{6}$  και  $\frac{\lambda}{12}$  από αυτόν αντίστοιχα, όπου  $\lambda$  το μήκος κύματος των κυμάτων που δημι-

ουργούν το στάσιμο κύμα. Ο λόγος των μεγίστων ταχυτήτων  $\frac{v_K}{v_\Lambda}$  των σημείων αυτών

είναι:

α)  $\sqrt{3}$                       β)  $\frac{1}{3}$                       γ) 3

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

**2.Β.20.** [Εσπερ. Λόκειο Επαναλ 2012] Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Α και Β, που βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού, ταλαντώνονται αρμονικά παράγοντας κύματα, πλάτους Α, με μήκος κύματος  $\lambda=16\text{cm}$ . Σημείο Γ, που βρίσκεται σε αποστάσεις  $r_A=24\text{cm}$  και  $r_B=20\text{cm}$  από τις πηγές Α και Β αντίστοιχα, έχει πλάτος ταλάντωσης:

α.  $\sqrt{3}A$                       β. 0                      γ.  $\sqrt{2}A$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

## ΘΕΜΑ Γ

**2.Γ.12.** [ΟΕΦΕ 2002] Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ , δημιουργείται στάσιμο εγκάρσιο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση.  $y = 8 \cdot \sigma \sigma \nu \frac{5\pi x}{2} \cdot \eta \mu 25\pi t$  (το  $x$  είναι σε m, το  $y$  σε cm και το  $t$  σε s)

- Να υπολογίσετε το πλάτος,, την περίοδο και το μήκος κύματος των δύο κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν το στάσιμο κύμα.
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων.
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σημείου του σχοιניού που απέχει από τη θέση  $x = 0$  απόσταση  $x = 0,8m$ , κατά τη χρονική στιγμή  $t = 0,17s$ .
- Να προσδιορίσετε τον αριθμό των δεσμών του στάσιμου κύματος που δημιουργούνται ανάμεσα στις θέσεις  $x = 0$  και  $x = 4,25 m$ .

**2.Γ.13.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους  $0,08 m$  και μήκους κύματος  $2 m$  διαδίδεται κατά τη θετική φορά σε οριζόντια ελαστική χορδή που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ . Θεωρούμε ότι το σημείο της χορδής στη θέση  $x = 0$  τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και θετική ταχύτητα. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι  $100 m/s$ .

- Να υπολογίσετε τη συχνότητα με την οποία ταλαντώνονται τα σημεία της χορδής.

Μονάδες 5

- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος στο S.I.

Μονάδες 6

- Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης στοιχειώδους τμήματος της χορδής μάζας  $0,002 kg$ . (Να θεωρήσετε το στοιχειώδες τμήμα της χορδής ως υλικό σημείο).

Μονάδες 7

- Έστω ότι στην παραπάνω χορδή διαδίδεται ταυτόχρονα άλλο ένα κύμα πανομοιότυπο με το προηγούμενο, αλλά αντίθετης φοράς, και δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση  $x = 0$ . Να υπολογίσετε στο θετικό ημιάξονα τη θέση του 11ου δεσμού του στάσιμου κύματος από τη θέση  $x = 0$ . Δίνεται:  $\pi^2 = 10$ .

Μονάδες 7

**2.Γ.14.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2003] Η μία άκρη ενός τεντωμένου σχοιניού είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο και η ελεύθερη άκρη εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, οπότε σχηματίζεται στάσιμο κύμα με εξίσωση  $y = 0,4 \cdot \sigma \sigma \nu 10\pi x \cdot \eta \mu 40\pi t$  (S.I)

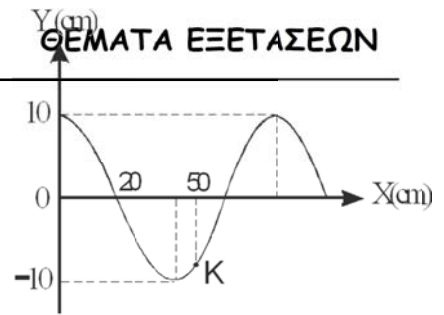
- Να υπολογίσετε το πλάτος (Μονάδες 8) και το μήκος κύματος (Μονάδες 9) για το κύμα, από το οποίο προκύπτει το στάσιμο.

Μονάδες 17

- Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από την ελεύθερη άκρη του σχοιניού σχηματίζεται ο τρίτος δεσμός του στάσιμου κύματος.

Μονάδες 8

**2.Γ.15.** [ΟΕΦΕ 2003] Δύο κύματα διαδίδονται ταυτόχρονα κατά μήκος μιας τεντωμένης χορδής η οποία έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$ . Από τη συμβολή των δύο κυμάτων προκύπτει στάσιμο κύμα. Στο ακόλουθο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο του στάσιμου



κύματος τη στιγμή κατά την οποία όλα τα σημεία της χορδής βρίσκονται στις θέσεις της μέγιστης απομάκρυνσής τους. Η συχνότητα των κυμάτων που συμβάλλουν για να δώσουν το στάσιμο κύμα είναι  $f = 40\text{Hz}$ . Θεωρούμε ότι τη στιγμή  $t = 0$  για  $x = 0$  είναι  $y = 0$ .

α) Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος,

β) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου  $K$  της χορδής του οποίου η τετμημένη είναι  $x_K = 50\text{ cm}$ .

γ) i) Να βρείτε η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου  $K$  της χορδής τη στιγμή κατά την οποία η ταχύτητα του ισούται με το μισό της μέγιστης τιμής της.

ii) Πόσο είναι το πηλίκο της δυναμικής προς την κινητική ενέργεια της ταλάντωσης του σημείου  $K$  αυτή τη στιγμή;

δ) Έστω  $\Lambda$  το σημείο της χορδής το οποίο είναι το πλησιέστερο σημείο προς τα αριστερά του  $K$  και ταλαντώνεται με πλάτος ίσο με το πλάτος καθενός από τα δύο κύματα που συμβάλλουν για να δημιουργήσουν το στάσιμο κύμα. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ των σημείων  $\Lambda$  και  $K$  τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα δύο σημεία κινούνται με τη μέγιστη ταχύτητα τους;

**2.Γ.16.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2004] Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί  $OA$  μήκους  $L$  εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα  $X$ . Το άκρο του  $A$  είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση  $x = L$ , ενώ το άκρο  $O$  που βρίσκεται στη θέση  $x = 0$  είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση  $x = 0$  εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του μέσου στη θέση αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σημείο  $x = 0$  βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αυτού του σημείου του μέσου είναι  $0,1\text{ m}$ . Το συγκεκριμένο σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα  $x$  απόσταση  $0,1\text{ m}$  από τον πλησιέστερο δεσμό.

α. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος.

Μονάδες 6

β. Να υπολογίσετε το μήκος  $L$ .

Μονάδες 6

γ. Να γράψετε την εξίσωση του **στάσιμου** κύματος.

Μονάδες 6

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης  $\zeta$  του σημείου του μέσου  $x = 0$  κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή  $y = + 0,03\text{ m}$ . Δίνεται  $\pi = 3,14$ .

Μονάδες 7

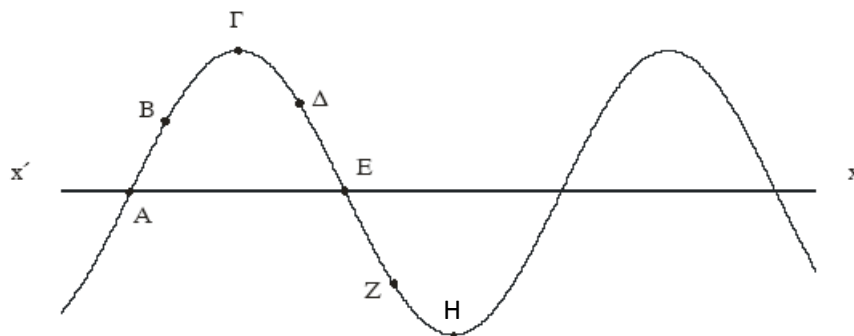
**2.Γ.17.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  βρίσκονται στα σημεία  $A$  και  $B$  αντίστοιχα της ελεύθερης επιφάνειας νερού και προκαλούν όμοια εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα  $u = 0,5\text{ m/s}$ . Ένα σημείο  $K$  της επιφάνειας του νερού βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  και απέχει από τα  $A$  και  $B$  αποστάσεις  $(AK) = r_1$  και  $(BK) = r_2$  με  $r_1 > r_2$ . Το σημείο  $K$  είναι το πλησιέστερο προς το μέσο  $M$  του

ΑΒ που ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος. Η απομάκρυνση του σημείου Κ από τη θέση ισορροπίας λόγω της συμβολής των κυμάτων περιγράφεται σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$  από την εξίσωση  $y_K = 0,2 \eta\mu \frac{5\pi}{3}(t-2)$  (σε μονάδες S.I.). Να υπολογίσετε:

- α. την περίοδο, το μήκος κύματος και το πλάτος των κυμάτων που συμβάλλουν. Μονάδες 6
- β. την απόσταση ΑΒ των δύο πηγών. Μονάδες 6
- γ. τις αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  του σημείου Κ από τα σημεία Α και Β. Μονάδες 7
- δ. τον αριθμό των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ που λόγω της συμβολής έχουν πλάτος ίσο με το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Κ. Μονάδες 6

**2.Γ.18.** [Ημ. Λύκειο Μα 2005] Κατά μήκος του άξονα  $x'x$  εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου  $\Pi_1$  της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση:  $y_1 = A \eta\mu 30\pi t$  (S.I) ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου  $\Pi_2$ , που βρίσκεται 6 cm δεξιά του σημείου  $\Pi_1$ , περιγράφεται από την εξίσωση:  $y_2 = A \eta\mu \left( 30\pi t + \frac{\pi}{6} \right)$  (S.I). Η απόσταση μεταξύ των σημείων  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος.

- α. Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος; Μονάδες 3
- β. Ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος; Μονάδες 6
- γ. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος. Μονάδες 5
- δ. Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του κύματος.



Εκείνη τη στιγμή σε ποια από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ και Η η ταχύτητα ταλάντωσης είναι μηδενική και σε ποια μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή); Ποια είναι η φορά της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων Β, Δ και Ζ; Μονάδες 7

ε. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο, δημιουργεί **στάσιμο** κύμα.

Δίνεται  $\pi = 3,14$ .

Μονάδες 4

**2.Γ.19.** [Ημ. Λύκειο Μα 2007] Σε μία χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα, η εξίσωση του οποίου είναι  $y = 10\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{4} \cdot \eta\mu 20\pi t$  όπου  $x$  και  $y$  δίνονται σε cm και  $t$  σε s. Να βρείτε

**α.** το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης, τη συχνότητα και το μήκος κύματος. Μονάδες 6

**β.** τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγουν το στάσιμο κύμα. Μονάδες 6

**γ.** την ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει από το άκρο της  $x = 3$  cm. Μονάδες 6

**δ.** σε ποιες θέσεις υπάρχουν κοιλίες μεταξύ των σημείων  $x_A = 3$  cm και  $x_B = 9$  cm.

Μονάδες 7

Δίνονται  $\pi = 3,14$  και  $\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**2.Γ.20.** [ΟΕΦΕ 2007] Με κατάλληλο τρόπο δημιουργούμε στην ήρεμη επιφάνεια υγρού δύο

σύγχρονες πηγές παραγωγής κυμάτων  $O_1$

και  $O_2$  που βρίσκονται μεταξύ τους σε

απόσταση  $\ell = 6$  m . Κάποια χρονική στιγμή

$t_0 = 0$ , που θεωρούμε σαν αρχή των χρό-

νων, οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται,

παράγοντας εγκάρσια κύματα που διαδί-

δονται στην επιφάνεια του υγρού, με τα-

χύτητα 2 m/s Σε σημείο A της επιφάνει-

ας του υγρού τοποθετείται φελλός, του

οποίου η απομάκρυνση από την θέση ι-

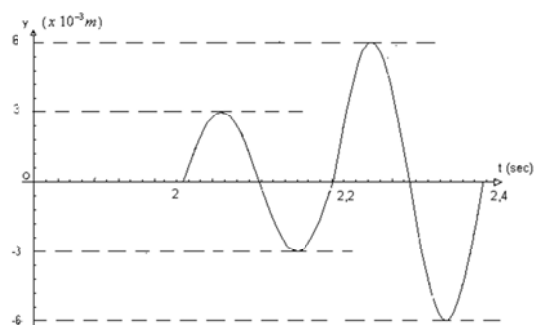
σορροπίας σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από την παράσταση που ακολουθεί.

**α)** Να γραφούν οι εξισώσεις των κυμάτων που παράγουν οι πηγές  $O_1$  και  $O_2$ .

**β)** Να εξετάσετε αν το σημείο A στο οποίο βρίσκεται ο φελλός είναι σημείο ενίσχυσης, απόσβεσης ή τυχαίο σημείο.

**γ)** Να βρεθεί η απομάκρυνση λόγω ταλάντωσης του φελλού τις χρονικές στιγμές  $t_1=1$ s,  $t_2=2,125$ s και  $t_3=2,275$ s.

**δ)** Να βρεθεί το πλήθος των υπερβολών ενίσχυσης που τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα  $O_1A$  που συνδέει την πηγή  $O_1$  με το σημείο A.



**2.Γ.21.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2009] Σε γραμμικό ελαστικό μέσο που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα  $x'x$  έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 0,1\sigma\upsilon\nu\pi x \cdot \eta\mu 10\pi t \text{ (SI)}.$$

Στη θέση  $x = 0$  εμφανίζεται κοιλία, και το σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση αυτή τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και κινείται κατά τη θετική φορά.



α. Να υπολογιστεί η συχνότητα  $f$  και η ταχύτητα  $υ$  των κυμάτων από τα οποία προέκυψε το στάσιμο κύμα. Μονάδες 8

β. Να υπολογιστεί τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{1}{40} \text{ s}$  η απομάκρυνση ενός σημείου Κ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x_K = \frac{1}{4} \text{ m}$  Μονάδες 8

γ. Να προσδιοριστεί ο αριθμός των κοιλιών που υπάρχουν μεταξύ των σημείων Μ και Ν του ελαστικού μέσου που βρίσκονται στις θέσεις  $x_M = 10,25 \text{ m}$  και  $x_N = 14,75 \text{ m}$  αντίστοιχα.

Δίνονται:  $\eta\mu \frac{\pi}{4} = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  Μονάδες 9

**2.Γ.22.** [ΟΕΦΕ 2009] Σε γραμμικό, ομογενές και ελαστικό μέσον, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του οριζόντιου άξονα  $x'Ox$ , διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα προς τη θετική φορά. Όταν το κύμα φθάνει σε κάθε σημείο του μέσου, αυτό ξεκινάει την αρμονική του ταλάντωση από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική φορά του κατακόρυφου άξονα  $y'y$ . Η διέλευση του από τη θέση ισορροπίας του γίνεται 20 φορές σε κάθε 2 δευτερόλεπτα με ταχύτητα μέτρου  $2\pi \text{ m/s}$ . Η ελάχιστη οριζόντια απόσταση δύο σημείων του μέσου, των οποίων οι ταλαντώσεις έχουν διαφορά φάσης  $\Delta\phi = \pi \text{ rad}$ , είναι  $1 \text{ m}$ .

**A.** Να υπολογίσετε το μήκος κύματος τη συχνότητα και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

**B.** Ένα δεύτερο πανομοιότυπο κύμα διαδίδεται στο ίδιο μέσον, αλλά προς την αρνητική φορά του άξονα  $x'Ox$  και συναντιέται με το πρώτο κύμα την χρονική στιγμή  $t = 0$  στην αρχή  $O$  ( $x = 0$ ) του άξονα  $x'Ox$ .

1. Να γραφούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων,

2. Σε πόσο μήκος του ελαστικού μέσου έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,2 \text{ s}$ ;

3. Πόσοι δεσμοί έχουν δημιουργηθεί στην περιοχή αυτή του στάσιμου κύματος

4. Ποια είναι η εξίσωση του στάσιμου κύματος;

**Γ.** Τι απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του έχει τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,2 \text{ s}$  το σημείο Κ του μέσου με  $x_K = 2,25 \text{ m}$ ;

**2.Γ.23.** [ΟΕΦΕ 2010] Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  δύο πηγές κυμάτων  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , που βρίσκονται στην ήρεμη επιφάνεια μιας λίμνης, αρχίζουν να ταλαντώνονται με μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης και προς τη θετική κατεύθυνση, έχοντας συνεχώς την ίδια φάση. Τα παραγόμενα εγκάρσια αρμονικά κύματα διαδίδονται στην επιφάνεια του νερού με αμείωτο πλάτος  $A = 1 \text{ cm}$ . Ένα σημείο  $\Sigma$ , που απέχει από τις πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  αποστάσεις  $d_1 = 10 \text{ cm}$  και  $d_2 = 14 \text{ cm}$  αντίστοιχα, αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή  $t_1 = 1 \text{ s}$ , κατά την οποία η κάθε πηγή έχει πραγματοποιήσει 5 πλήρεις ταλαντώσεις.

- α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης και το μήκος κύματος των κυμάτων που παράγονται από τις δύο πηγές.
- β. Να παραστήσετε γραφικά το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3 = 2s$ .
- γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ τη χρονική στιγμή  $t_2 = 1,7s$ .
- δ. Να υπολογίσετε την ελάχιστη οριζόντια απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικά σημεία του ευθύγραμμου τμήματος που συνδέει τις δύο πηγές, τα οποία ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος  $2A$ . Θεωρήστε ότι ανάμεσα στις δύο πηγές υπάρχουν τουλάχιστον 3 τέτοια σημεία.

**2.Γ.24.** [Ημ. Λύκειο Μα 2011] Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$ , που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου Μ, που βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος  $\Pi_1\Pi_2$ , μετά τη συμβολή των κυμάτων δίνεται στο SI από τη σχέση:

$$y_M = 0,2 \eta \mu 2\pi(5t - 10).$$

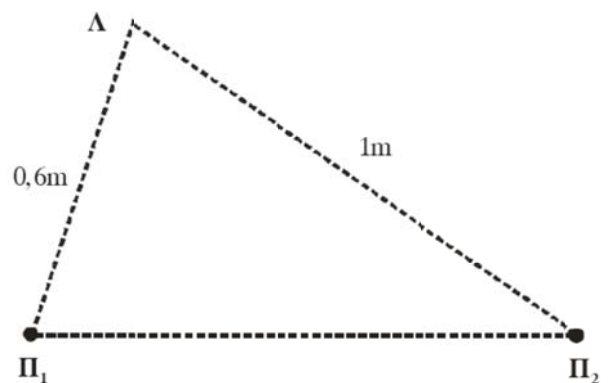
Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι  $u = 2 \text{ m/s}$ . Έστω  $O$  το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος  $\Pi_1\Pi_2$  και  $d = 1 \text{ m}$  η απόσταση μεταξύ των πηγών.

Να βρείτε:

- Γ1. Την απόσταση  $M\Pi_1$ . Μονάδες 5
- Γ2. Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων  $O$  και  $M$ . Μονάδες 6
- Γ3. Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος  $\Pi_1\Pi_2$  ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος. Μονάδες 7
- Γ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με τον χρόνο  $t$  για  $0 \leq t \leq 2,5s$ . Μονάδες 7
- Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου.

## ΘΕΜΑ Δ

**2.Δ.1.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2008] Δύο σύγχρονες πηγές  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα. Η εξίσωση της ταλάντωσης κάθε πηγής είναι  $y = 0,01 \cdot \eta \mu(10\pi t)$  (SI) και η ταχύτητα διάδοσης των εγκαρσίων κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι ίση με  $1,5 \text{ m/s}$ .



Ένα σημείο  $\Lambda$  της επιφάνειας του υγρού απέχει από την πηγή  $\Pi_1$  απόσταση  $0,6 \text{ m}$  και από την πηγή  $\Pi_2$  απόσταση  $1 \text{ m}$ , όπως δείχνει το σχήμα.

Οι πηγές  $\Pi_1, \Pi_2$  αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή  $t = 0$ .

α. Να υπολογισθεί το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν οι πηγές.

Μονάδες 5

β. Πόση είναι η συχνότητα της ταλάντωσης του σημείου  $\Lambda$  μετά την έναρξη της συμβολής; Μονάδες 6

γ. Να υπολογισθεί το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου  $\Lambda$  μετά την έναρξη της συμβολής. Μονάδες 7

δ. Να προσδιορισθεί η απομάκρυνση του σημείου  $\Lambda$  από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή  $t = \frac{4}{3} s$ . Μονάδες 7

Δίνεται  $\text{syn} \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}$ .

## • ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

### ΘΕΜΑ Α

#### **ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ**

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

**2.Α.71.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2003] Ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία εκπέμπεται

- α. από φορτισμένο πυκνωτή.
- β. από φορτία που κινούνται με σταθερή ταχύτητα.
- γ. από φορτία τα οποία επιταχύνονται.
- δ. από ακίνητο ραβδόμορφο μαγνήτη.

**2.Α.72.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2004] Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα:

- α. είναι διαμήκη.
- β. υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.
- γ. διαδίδονται σε όλα τα μέσα με την ίδια ταχύτητα.
- δ. δημιουργούνται από σταθερό μαγνητικό και ηλεκτρικό πεδίο.

**2.Α.73.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2004] Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα

- α. είναι διάμηκες.
- β. είναι εγκάρσιο όπου τα διανύσματα του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλα μεταξύ τους.
- γ. παράγεται από σταθερό ηλεκτρικό ή σταθερό μαγνητικό πεδίο.
- δ. έχει ως αίτιο την επιταχυνόμενη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.

**2.Α.74.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2004] Για κάθε ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό με ταχύτητα  $c$ , ο λόγος του μέτρου του μαγνητικού πεδίου  $B$  του κύματος προς το μέτρο της έντασης  $E$  του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος, στο ίδιο σημείο και την ίδια χρονική στιγμή είναι

- α.  $c$                       β.  $c^2$                       γ.  $\frac{1}{c}$                       δ.  $\frac{1}{c^2}$

**2.Α.75.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2005] Η μετάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στις οπτικές ίνες στηρίζεται στο φαινόμενο

- α. της συμβολής.
- β. της διάθλασης.
- γ. της περίθλασης.
- δ. της ολικής ανάκλασης.

**2.Α.76.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2007] Σε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο

- α. έχουν διαφορά φάσης ίση με  $\pi/4$ .
- β. έχουν λόγο  $B/E = c$ .
- γ. έχουν διανύσματα που είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης.

δ. δεν υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.

**2.A.77.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2008] Σε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό, σε μεγάλη απόσταση από την κεραία, τα διανύσματα της έντασης ( $E$ ) του ηλεκτρικού πεδίου και της έντασης ( $B$ ) του μαγνητικού πεδίου είναι σε κάθε στιγμή

- α. παράλληλα και ισχύει  $E = B \cdot c$ .      β. κάθετα και ισχύει  $E = B \cdot c$ .  
 γ. παράλληλα και ισχύει  $B = E \cdot c$ .      δ. κάθετα και ισχύει  $B = E \cdot c$ .

**2.A.78.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2008] Τα δύο άκρα του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, με βάση τα μήκη κύματός των, είναι

- α. η ιώδης και η ερυθρή ακτινοβολία.  
 β. η υπεριώδης και η υπέρυθρη ακτινοβολία.  
 γ. οι ακτίνες Χ και οι ακτίνες γ.  
 δ. οι ακτίνες γ και τα ραδιοφωνικά κύματα.

**2.A.79.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2008] Τα ραντάρ χρησιμοποιούν

- α. υπεριώδη ακτινοβολία.      β. μικροκύματα.  
 γ. ακτίνες Χ.      δ. ακτίνες γ.

**2.A.80.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2008] Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα:

- α. δεν υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.  
 β. είναι διαμήκη.  
 γ. δεν διαδίδονται στο κενό.  
 δ. παράγονται από την επιτάχυνση ηλεκτρικών φορτίων.

**2.A.81.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2008] Από τις ηλεκτρομαγνητικές ακτινοβολίες: μικροκύματα, ορατό φως, υπεριώδης ακτινοβολία και ακτίνες Χ μεγαλύτερο μήκος κύματος:

- α. έχουν τα μικροκύματα.      β. έχει το ορατό φως.  
 γ. έχει η υπεριώδης ακτινοβολία.      δ. έχουν οι ακτίνες Χ.

**2.A.82.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Ποια από τις παρακάτω σχέσεις ΔΕΝ μπορεί να περιγράψει το ηλεκτρικό πεδίο  $E(x,t)$  ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος το οποίο διαδίδεται στο κενό. Θεωρήστε ως ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c = 300.000 \text{ km/s}$ ,  $x$  και  $t$  μετριοούνται σε  $\text{m}$  και  $\text{s}$  αντίστοιχα και το  $E(x,t)$  σε  $\text{V/m}$ .

α.  $E(x,t) = 10\sin[2\pi(3 \cdot 10^9 t - 10x)]$       β.  $E(x,t) = 20\sin[2\pi(6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x)]$

γ.  $E(x,t) = 30\sin[2\pi(9 \cdot 10^{11} t - 3 \cdot 10^3 x)]$       δ.  $E(x,t) = 40\sin[2\pi(10 \cdot 10^{12} t - 4 \cdot 10^4 x)]$

**2.A.83.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Οι διάφοροι τύποι ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας είναι

1. Ακτίνες Χ 2. Ραδιοκύματα 3. Ορατή ακτινοβολία 4. Υπέρυθρο 5. Υπεριώδης  
 Η σωστή κατάταξη των διάφορων τύπων ακτινοβολίας από το μικρότερο στο μεγαλύτερο μήκος κύματος θα είναι :

- α. 1, 2, 3, 4, 5      β. 2, 3, 4, 5, 1      γ. 1, 5, 3, 4, 2      δ. 3, 4, 2, 1, 5

- 2.Α.84.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2009] Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα:
- α. είναι εγκάρσια και διαμήκη.
  - β. είναι μόνο εγκάρσια.
  - γ. είναι μόνο διαμήκη.
  - δ. είναι μόνο στάσιμα.
- 2.Α.85.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2009] Από τις παρακάτω μονοχρωματικές ακτινοβολίες το μεγαλύτερο μήκος κύματος στο κενό έχει η
- α. ερυθρή.
  - β. κίτρινη.
  - γ. πράσινη.
  - δ. ιώδης.
- 2.Α.86.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2010] Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα
- α. διαδίδονται σε όλα τα υλικά με την ίδια ταχύτητα.
  - β. έχουν στο κενό την ίδια συχνότητα.
  - γ. διαδίδονται στο κενό με την ίδια ταχύτητα.
  - δ. είναι διαμήκη.
- 2.Α.87.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2010] Ηλεκτρομαγνητικά κύματα δημιουργούνται
- α. όταν ένα ηλεκτρικό φορτίο είναι ακίνητο.
  - β. όταν ένα ηλεκτρικό φορτίο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.
  - γ. όταν ένα ηλεκτρικό φορτίο επιταχύνεται.
  - δ. από σταθερό μαγνητικό πεδίο.
- 2.Α.88.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2010] Στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που διαδίδονται στο κενό, ο λόγος της έντασης  $E$  του ηλεκτρικού πεδίου προς την ένταση  $B$  του μαγνητικού πεδίου ισούται με
- α.  $c^2$
  - β.  $c$
  - γ.  $1/c$
  - δ.  $1/c^2$
- όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό.
- 2.Α.89.** [Ημερ. + Εσπερ. Λύκειο Μά 2011] Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα  $\vec{v}$ , το διάνυσμα έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι  $\vec{E}$  και το διάνυσμα έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι  $\vec{B}$ . Θα ισχύει:
- α.  $\vec{E} \perp \vec{B}$ ,  $\vec{E} \perp \vec{v}$ ,  $\vec{B} // \vec{v}$
  - β.  $\vec{E} \perp \vec{B}$ ,  $\vec{E} \perp \vec{v}$ ,  $\vec{B} \perp \vec{v}$
  - γ.  $\vec{E} // \vec{B}$ ,  $\vec{E} \perp \vec{v}$ ,  $\vec{B} \perp \vec{v}$
  - δ.  $\vec{E} // \vec{B}$ ,  $\vec{E} // \vec{v}$ ,  $\vec{B} // \vec{v}$
- 2.Α.90.** [Ημερ. + Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2011] Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα
- α. είναι εγκάρσια.
  - β. είναι διαμήκη.
  - γ. δεν υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.
  - δ. έχουν την ίδια ταχύτητα σε οποιοδήποτε υλικό μέσο.
- 2.Α.91.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2012] Στο φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας
- α. οι ακτίνες  $X$  έχουν μεγαλύτερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα και μεγαλύτερη συχνότητα από το υπέρυθρο
  - β. το ερυθρό φως έχει μεγαλύτερο μήκος κύματος από το πράσινο φως και μεγαλύτερη συχνότητα από τις ακτίνες  $X$

- γ. τα μικροκύματα έχουν μικρότερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα και μικρότερη συχνότητα από το υπεριώδες
- δ. το πορτοκαλί φως έχει μικρότερο μήκος κύματος από τις ακτίνες Χ και μεγαλύτερη συχνότητα από το υπεριώδες.

- 2.Α.92.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2012] Στο φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας
- α. οι ακτίνες Χ έχουν μεγαλύτερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα.
  - β. το ερυθρό φως έχει μικρότερο μήκος κύματος από το πράσινο φως.
  - γ. τα μικροκύματα έχουν μικρότερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα.
  - δ. το πορτοκαλί φως έχει μικρότερο μήκος κύματος από τις ακτίνες γ.

### **ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ**

Να γράψετε στο τετράδιό σας τη λέξη που συμπληρώνει σωστά καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.

- 2.Α.93.** [Ημ. Λύκειο Μά 2002] Η αιτία δημιουργίας του ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η ..... κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.
- 2.Α.94.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Αιτία δημιουργίας ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η ..... κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.

### **ΣΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ**

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

- 2.Α.95.** [ΟΕΦΕ 2002] Τα ραδιοκύματα έχουν μεγαλύτερο μήκος κύματος από τις ακτίνες Χ, γι' αυτό ταξιδεύουν πιο γρήγορα στο κενό.
- 2.Α.96.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Κατά την επιταχυνόμενη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων εκπέμπονται ηλεκτρομαγνητικά κύματα.
- 2.Α.97.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Τα ραδιοκύματα εκπέμπονται από ραδιενεργούς πυρήνες.
- 2.Α.98.** [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2004] Τα μικροκύματα παράγονται από ηλεκτρονικά κυκλώματα.
- 2.Α.99.** [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2004] Το όζον της στρατόσφαιρας απορροφά κατά κύριο λόγο την επικίνδυνη υπεριώδη ακτινοβολία.
- 2.Α.100.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2005] Τα ραδιοκύματα διαδίδονται στο κενό με ταχύτητα μικρότερη από την ταχύτητα διάδοσης του φωτός.
- 2.Α.101.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2005] Όταν ευθύγραμμος αγωγός διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα, τότε γύρω του παράγεται ηλεκτρομαγνητικό κύμα.
- 2.Α.102.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2006] Ένα φορτίο που κινείται με σταθερή ταχύτητα στο κενό εκπέμπει διάμηκες ηλεκτρομαγνητικό κύμα.
- 2.Α.103.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2006] Κατά τη διάδοση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος δεν διαδίδεται ενέργεια.
- 2.Α.104.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2006] Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι εγκάρσια.
- 2.Α.105.** [Ημ. Λύκειο Μά 2007] Το ορατό φως είναι μέρος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, την οποία ανιχνεύει το ανθρώπινο μάτι.

- 2.Α.106.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2007] Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος κοντά στην κεραία έχουν διαφορά φάσης μηδέν.
- 2.Α.107.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2007] Το μήκος κύματος του ορατού φωτός στο κενό κυμαίνεται από 400 nm έως 700 nm.
- 2.Α.108.** [ΟΕΦΕ 2007] Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.
- 2.Α.109.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2008] Το όζον της ατμόσφαιρας απορροφά την επικίνδυνη υπεριώδη ακτινοβολία.
- 2.Α.110.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2009] Όλα τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα στο κενό διαδίδονται με την ίδια ταχύτητα.
- 2.Α.111.** [ΟΕΦΕ 2009] Ηλεκτρομαγνητικό κύμα παράγεται από ηλεκτρικό φορτίο του οποίου μεταβάλλεται συνεχώς το μέτρο της ταχύτητας του.
- 2.Α.112.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2010] Οι ακτίνες Χ έχουν μικρότερες συχνότητες από τις συχνότητες των ραδιοκυμάτων.
- 2.Α.113.** [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2010] Ένα ακίνητο ηλεκτρικό φορτίο εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.
- 2.Α.114.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2010] Οι ακτίνες γ έχουν μήκος κύματος της τάξεως των μερικών nm.
- 2.Α.115.** [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2010] Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα διαδίδονται στο κενό με τη μέγιστη δυνατή ταχύτητα.
- 2.Α.116.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2010] Όταν αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης, τότε εκπέμπεται ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.
- 2.Α.117.** [ΟΕΦΕ 2010] Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα μπορούν να παραχθούν από επιταχυνόμενα ηλεκτρικά φορτία.
- 2.Α.118.** [Ημερ. + Εσπερ. Λύκειο Μά 2011] Ορισμένοι ραδιενεργοί πυρήνες εκπέμπουν ακτίνες γ.
- 2.Α.119.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2011] Το ορατό φως δεν ανήκει στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα.
- 2.Α.120.** [Ημερ. + Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2012] Το ρεύμα σε μία κεραία παραγωγής ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων γίνεται μέγιστο, όταν τα φορτία στα άκρα της κεραίας μηδενίζονται.
- 2.Α.121.** [ΟΕΦΕ 2012] Οι φούρνοι μικροκυμάτων χρησιμοποιούν κύματα μεγαλύτερης συχνότητας από αυτά της τηλεόρασης.
- 2.Α.122.** [Ημερ. + Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2012] Οι ακτίνες Χ εκπέμπονται σε αντιδράσεις πυρήνων και σε διασπάσεις στοιχειωδών σωματιδίων.
- 2.Α.123.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2012] Κοντά στην κεραία παραγωγής ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο έχουν διαφορά φάσης  $90^{\circ}$ .



**ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣΗ**

**2.Α.124.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2004] Στον παρακάτω πίνακα, στη **Στήλη Ι** αναφέρονται διάφορα είδη ακτινοβολίας, ενώ στη **Στήλη ΙΙ** αναφέρονται ιδιότητες ή χρήσεις ή προέλευση των ακτινοβολιών. Να γράψετε στο τετράδιο σας τους αριθμούς της **Στήλης Ι** και, ακριβώς σε κάθε αριθμό, ένα γράμμα από τη **Στήλη ΙΙ**, ώστε να δημιουργείται σωστή αντιστοίχιση. (Ένα δεδομένο της **Στήλης ΙΙ** περισσεύει).

ΣΤΗΛΗ Ι	ΣΤΗΛΗ ΙΙ
1. Ραδιοκύματα	α. Ραντάρ
2. Μικροκύματα	β. Μαύρισμα επιδερμίδας
3. Υπέρυθρες ακτίνες	γ. Ραδιόφωνο
4. Υπεριώδης ακτίνες	δ. Αύξηση της θερμοκρασίας
5. Ακτίνες γ	ε. Όραση
	στ. Ραδιενεργοί πυρήνες

**2.Α.125.** [Εσπ. Λόκειο Μά 2005] Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς από τα στοιχεία της **Στήλης Ι** του παρακάτω πίνακα και δίπλα σε κάθε αριθμό το γράμμα από τα στοιχεία της **Στήλης ΙΙ** που αντιστοιχεί σε αυτόν. ( Στη **Στήλη ΙΙ** περισσεύει μια κατηγορία).

Στήλη Ι (ιδιότητες ή εφαρμογές των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων)	Στήλη ΙΙ (Κατηγορίες ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων)
1. Λήψη ακτινογραφιών.	α. Ραδιοκύματα.
2. Λειτουργία τηλεόρασης.	β. Μικροκύματα.
3. Απορρόφηση από το όζον της στρατόσφαιρας.	γ. Υπέρυθρες.
4. Λειτουργία ραντάρ.	δ. Υπεριώδεις.
5. Εκπομπή από θερμά σώματα.	ε. Ακτίνες Χ.
	στ. Ακτίνες γ.

**ΘΕΜΑ Β**

**2.Β.21.** [Ημ. Λύκειο Μά 2003] Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό το ηλεκτρικό πεδίο περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση  $E=30\eta\mu 2\pi(6\cdot 10^{10}t - 2\cdot 10^2x)$ . Να εξετάσετε αν το μαγνητικό πεδίο του παραπάνω ηλεκτρομαγνητικού κύματος περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση  $B=10^{-7}\eta\mu 2\pi(6\cdot 10^{10}t - 2\cdot 10^2x)$ .

Δίνεται: ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c = 3\cdot 10^8$  m/s. Μονάδες 6

**2.Β.22.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Να εξετάσετε αν η παρακάτω εξίσωση

$E = 75\cdot\eta\mu 2\pi(12\cdot 10^{10}t - 4\cdot 10^4x)$  περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στο κενό. Όλα τα μεγέθη εκφράζονται στο S.I. (ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c = 3\cdot 10^8$  m/s).

**2.Β.23.** [Ημ. Λύκειο Μά 2005] Δίνονται τα πιο κάτω ζεύγη εξισώσεων όπου E η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και B η ένταση του μαγνητικού πεδίου:

α.  $E = 75 \eta\mu 2\pi(12\cdot 10^{10}t - 4\cdot 10^4x)$        $B = 25\cdot 10^{-8}\eta\mu 2\pi(12\cdot 10^{10}t - 4\cdot 10^4x)$  (S.I)

β.  $E = 300 \eta\mu 2\pi(6\cdot 10^{10}t - 2\cdot 10^2x)$        $B = 100\cdot 10^{-8}\eta\mu 2\pi(6\cdot 10^{10}t - 2\cdot 10^2x)$  (S.I)

γ.  $E = 150 \eta\mu 2\pi(9\cdot 10^{10}t - 3\cdot 10^2x)$        $B = 50\cdot 10^{-8}\eta\mu 2\pi(9\cdot 10^{10}t + 3\cdot 10^2x)$  (S.I)

Ποιο από τα παραπάνω ζεύγη περιγράφει ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό; Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. Μονάδες 6

Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c = 3\cdot 10^8$  m/s.

**2.Β.24.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2010] Οι παρακάτω εξισώσεις περιγράφουν ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό και ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο αντίστοιχα

$$E = 3\cdot 10^2 \eta\mu 2\pi(8\cdot 10^{11}t - 4\cdot 10^3x) \quad (\text{S.I.})$$

$$B = 10^{-6} \eta\mu 2\pi(8\cdot 10^{11}t - 4\cdot 10^3x) \quad (\text{S.I.})$$

Οι εξισώσεις αυτές

α. μπορεί να περιγράφουν ένα ηλεκτρομαγνητικό (H/M) κύμα που διαδίδεται στο κενό.

β. μπορεί να περιγράφουν ένα H/M κύμα που διαδίδεται σε ένα υλικό.

γ. δεν μπορεί να περιγράφουν ένα H/M κύμα.

Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό  $c = 3\cdot 10^8$  m/s.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6). Μονάδες 8

**ΘΕΜΑ Γ**

**2.Γ.25.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2004] Η κοινή φάση του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι  $2\pi(6\cdot 10^{10}t - 2\cdot 10^2x)$  στο σύστημα S.I.

α. Να δείχθει ότι το ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται στο κενό. Μονάδες 9

β. Όταν το παραπάνω ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται σε ένα γυαλί έχει μήκος κύματος  $2,5 \text{ mm}$ . Να βρεθεί ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού αυτού. Μονάδες 7  
 γ. Αναφερόμαστε στη διάδοση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο κενό. Τα πεδία του περιγράφονται από τις

$$60 \text{ ημ}[2\pi (6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x)] \quad (1)$$

$$2 \cdot 10^{-7} \text{ ημ}[2\pi (6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x)] \quad (2) \text{ στο σύστημα SI.}$$

Να αιτιολογήσετε ποια από τις (1), (2) περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο και ποια το μαγνητικό πεδίο. Μονάδες 9

Δίνεται ότι η ταχύτητα διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό είναι  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

**2.Γ.26.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2005] Η ένταση  $E$  του ηλεκτρικού πεδίου ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  περιγράφεται από την εξίσωση  $E = 9 \cdot 10^{-3} \text{ ημ}2\pi(10^8 t - \frac{x}{\lambda})$  (S.I.).

A. Να υπολογίσετε:

1. Τη μέγιστη τιμή  $B_{\max}$  του μαγνητικού πεδίου. Μονάδες 6

2. Το μήκος κύματος αυτού του ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Μονάδες 6

3. Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει το μαγνητικό πεδίο. Μονάδες 6

B. Το κύμα αυτό φτάνει στην κεραία ραδιοφωνικού δέκτη του οποίου το κύκλωμα επιλογής LC έχει πηνίο με τιμή συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = \frac{1}{50\pi^2} \text{ H}$ .

Για ποια τιμή της χωρητικότητας  $C$  του πυκνωτή συντονίζεται ο δέκτης; Μονάδες 7

## • ΚΥΜΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ του ΦΩΤΟΣ

### ΘΕΜΑ Α

#### **ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ**

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

**2.A.126.** [Ημ. Λύκειο Μά 2003] Μια ακτίνα φωτός προσπίπτει στην επίπεδη διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων. Όταν η διαθλώμενη ακτίνα κινείται παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια, τότε η γωνία πρόσπτωσης ονομάζεται :

α. μέγιστη γωνία

β. ελάχιστη γωνία

γ. μηδενική γωνία

δ. κρίσιμη γωνία.

**2.A.127.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Το βάθος μιας πισίνας φαίνεται από παρατηρητή εκτός της πισίνας μικρότερο από το πραγματικό, λόγω του φαινομένου της:

α. ανάκλασης

β. διάθλασης

γ. διάχυσης

δ. ολικής εσωτερικής ανάκλασης.

**2.A.128.** [ΟΕΦΕ 2003] Μια δέσμη μονοχρωματικής ακτινοβολίας προερχόμενη από ένα οπτικό υλικό Α, προσπίπτει στη λείο επίπεδη επιφάνεια ενός οπτικού υλικού Β. Το φαινόμενο της ολικής εσωτερικής ανάκλασης μπορεί να συμβεί αν:

- α. η ακτινοβολία προσπίπτει κάθετα στη διαχωριστική επιφάνεια των δυο οπτικών υλικών
- β. το οπτικό υλικό Β είναι πυκνότερο από το οπτικό υλικό Α.
- γ. η γωνία πρόσπτωσης της ακτινοβολίας στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υλικών είναι μικρότερη της κρίσιμης γωνίας,
- δ. για τους δείκτες διάθλασης  $n_A$  και  $n_B$  των δύο οπτικών υλικών ισχύει  $n_A > n_B$

**2.A.129.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2004] Τα φαινόμενα της ανάκλασης και της διάθλασης

- α. περιορίζονται μόνο στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που ανιχνεύει ο ανθρώπινος οφθαλμός.
- β. δεν αφορούν την υπέρυθρη και υπεριώδη ακτινοβολία.
- γ. περιορίζονται μόνο στα ραδιοκύματα.
- δ. είναι κοινά σε όλα τα είδη των κυμάτων, ηλεκτρομαγνητικά και μηχανικά.

**2.A.130.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Το παρατηρούμενο «σπάσιμο» μιας ράβδου της οποίας ένα τμήμα είναι βυθισμένο στο νερό οφείλεται στο φαινόμενο της:

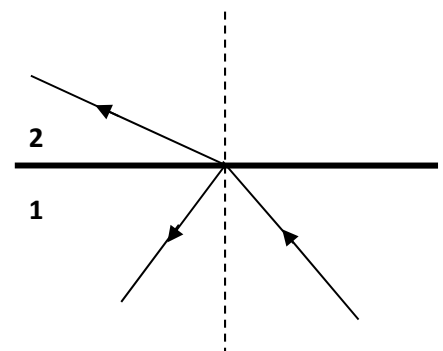
- α. ανάκλασης.
- β. διάχυσης.
- γ. διάθλασης.
- δ. ολικής ανάκλασης.

**2.A.131.** [ΟΕΦΕ 2004] Μια μονοχρωματική ακτινοβολία, όταν διαδίδεται σε ένα μέσο με δείκτη διάθλασης 1,5 έχει μήκος κύματος 300 nm. Η ακτινοβολία αυτή είναι:

- α. ορατή.
- β. ακτίνες Χ.
- γ. υπεριώδης.
- δ. υπέρυθρη.

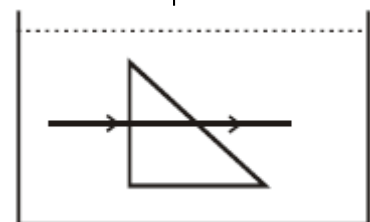
**2.A.132.** [Εσπερ. Λύκειο Μα 2005] Μονοχρωματική ακτινοβολία εισέρχεται στο μέσο 2 από το μέσο 1, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν  $f_1$  και  $f_2$  είναι οι συχνότητες,  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  τα μήκη κύματος,  $u_1$  και  $u_2$  οι ταχύτητες και  $n_1$  και  $n_2$  οι δείκτες διάθλασης στα δύο μέσα αντίστοιχα, θα ισχύει ότι

- α.  $f_1 > f_2$ .
- β.  $n_1 < n_2$ .
- γ.  $u_1 > u_2$ .
- δ.  $\lambda_1 < \lambda_2$ .



**2.A.133.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2005] Γυάλινο πρίσμα είναι βυθισμένο εξ ολοκλήρου σε υγρό. Μονοχρωματική ακτινοβολία διαδίδεται, όπως δείχνει το σχήμα. Αν το πρίσμα και το υγρό έχουν δείκτες διάθλασης  $n_1$  και  $n_2$  αντίστοιχα, τότε ισχύει

- α.  $n_1 > n_2$ .
- β.  $n_2 > n_1$ .



$$\gamma. n_1 = n_2.$$

$$\delta. n_2 = 2n_1.$$

**2.A.134.** [ΟΕΦΕ 2005] Όταν μια μονοχρωματική ακτινοβολία η οποία διαδίδεται στο κενό εισέρχεται σε ένα οπτικό μέσο, η ταχύτητα διάδοσής της μειώνεται κατά 20%. Η τιμή του δείκτη διάθλασης του οπτικού μέσου είναι:

$$\alpha. 1,5$$

$$\beta. 1,25$$

$$\gamma. 0,80$$

$$\delta. 1,75$$

**2.A.135.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2006] Μονοχρωματική ακτίνα φωτός προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια δύο οπτικών μέσων 1 και 2. Οι δείκτες διάθλασης στα μέσα 1 και 2 είναι αντίστοιχα  $n_1$  και  $n_2$  με  $n_1 > n_2$ . Αν η μονοχρωματική ακτίνα ανακλάται ολικά

α. υπάρχει διαθλώμενη ακτίνα.

β. η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

γ. η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη από την κρίσιμη γωνία ανάκλασης.

δ. η ταχύτητα διάδοσής της μεταβάλλεται.

**2.A.136.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2006] Μονοχρωματική ακτίνα φωτός μεταβαίνει από διαφανές μέσο Α σε άλλο διαφανές μέσο Β. Αν η γωνία πρόσπτωσης είναι  $\theta_a = 30^\circ$  και η γωνία διάθλασης είναι  $\theta_b = 45^\circ$ , τότε η ταχύτητα διάδοσης της μονοχρωματικής ακτινοβολίας στο μέσο Β είναι

α. μικρότερη από αυτή στο μέσο Α.

β. ίση με αυτή στο μέσο Α.

γ. μεγαλύτερη από αυτή στο μέσο Α.

δ. εξαρτάται από τη συχνότητα της μονοχρωματικής ακτινοβολίας.

**2.A.137.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2007] Καθώς μία μονοχρωματική ακτινοβολία περνά από τον αέρα στο γυαλί,

α. η ταχύτητά της ελαττώνεται.

β. η συχνότητά της αυξάνεται.

γ. το μήκος κύματός της παραμένει σταθερό.

δ. το μήκος κύματός της αυξάνεται.

**2.A.138.** [Εξετάσεις Ελλ. εξωτερικού 2007] Μια ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία μήκους κύματος  $\lambda_0$  και συχνότητας  $f_0$  στο κενό, εισέρχεται από το κενό σε ένα οπτικό μέσο. Αν  $\lambda$  είναι το μήκος κύματος και  $f$  είναι η συχνότητα της ακτινοβολίας στο οπτικό μέσο, τότε,

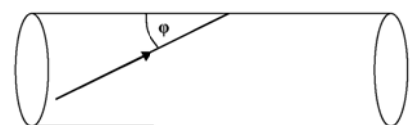
$$\alpha. \lambda < \lambda_0.$$

$$\beta. \lambda > \lambda_0.$$

$$\gamma. f < f_0.$$

$$\delta. f > f_0.$$

**2.A.139.** [ΟΕΦΕ 2007] Μία ακτίνα φωτός διαδίδεται μέσα σε ευθύγραμμη οπτική ίνα μεγάλου μήκους. Η ακτίνα προσπίπτει στα διαμήκη χώματα της οπτικής ίνας με γωνία  $\varphi$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο δείκτης διάθλασης της ίνας είναι  $n = \sqrt{2}$ . Μετά από διαδοχικές ολικές ανακλάσεις, η ακτίνα θα εξέλθει από το δεξιό άκρο της οπτικής ίνας, αν η γωνία  $\varphi$  είναι:



α.  $\varphi=75^\circ$

β.  $\varphi=60^\circ$

γ.  $\varphi=45^\circ$

δ.  $\varphi=30^\circ$

**2.A.140.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2007] Φως συχνότητας  $f_0$  και μήκους κύματος  $\lambda_0$  εισέρχεται από τον αέρα στο νερό. Οι αντίστοιχες τιμές της συχνότητας και του μήκους κύματος στο νερό είναι (δίνονται ο δείκτης διάθλασης του αέρα  $n_a = 1$  και του νερού  $n_w = 1,3$ )

α.  $f_0/n_w, \lambda_0/n_w$ .

β.  $f_0, \lambda_0/n_w$ .

γ.  $f_0/n_w, \lambda_0$ .

δ.  $f_0, \lambda_0$ .

**2.A.141.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2008] Ένα αντικείμενο βυθισμένο μέσα στο νερό, φαίνεται να βρίσκεται πιο κοντά στην επιφάνεια του νερού. Αυτό οφείλεται στο φαινόμενο της

α. ανάκλασης.

β. διάθλασης.

γ. διάχυσης.

δ. συμβολής.

**2.A.142.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Θεωρήστε μια διαχωριστική επιφάνεια υγρού - αέρα. Ο απόλυτος δείκτης διάθλασης του υγρού είναι  $n_1 = 2$ . Η οριακή (ορική) γωνία  $\theta_c$  για ολική ανάκλαση είναι:

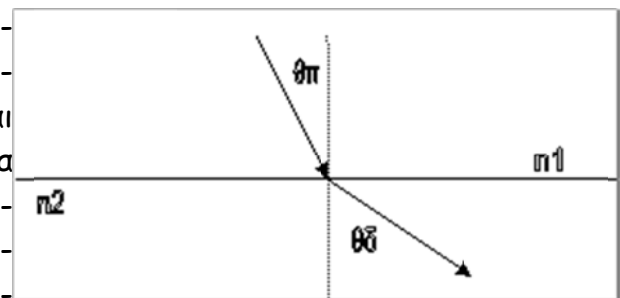
α.  $30^\circ$

β.  $45^\circ$

γ.  $60^\circ$

δ.  $90^\circ$

**2.A.143.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Ακτίνες μονοχρωματικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος φωτός πέφτουν σε μια διαχωριστική επιφάνεια δύο οπτικών μέσων με δείκτες διάθλασης  $n_1$  και  $n_2$  και ταχύτητες διάδοσης  $u_1$  και  $u_2$ , όπως στο σχήμα. Η διαθλώμενη ακτίνα σχηματίζει γωνία  $\theta_\delta > \theta_\pi$  με τον κατακόρυφο άξονα όπου  $\theta_\pi$  είναι η γωνία που σχηματίζει η προσπίπτουσα ακτίνα με τον κατακόρυφο άξονα. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις ΔΕΝ είναι σωστή ;



α.  $n_1 > n_2$

β.  $u_1 < u_2$

γ. Η συχνότητα των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων δεν αλλάζει όταν αυτά διαδίδονται στα δύο μέσα

δ. Η προσπίπτουσα ακτίνα δεν μπορεί να υποστεί ολική ανάκλαση.

**2.A.144.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2009] Το φαινόμενο της ανάκλασης παρατηρείται

α. μόνο στα εγκάρσια κύματα.

β. μόνο στα διαμήκη κύματα.

γ. μόνο στα φωτεινά κύματα.

δ. σε όλα τα είδη των κυμάτων.

**2.A.145.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2010] Μονοχρωματική δέσμη φωτός εισέρχεται (από το κενό) σε γυάλινη πλάκα με δείκτη διάθλασης 1,5. Της δέσμης αυτής μέσα στο γυαλί

α. το μήκος κύματος θα αυξηθεί.

β. η συχνότητα θα αυξηθεί.

γ. η συχνότητα θα μειωθεί.

δ. το μήκος κύματος θα μειωθεί.

- 2.Α.146.** [ΟΕΦΕ 2010] Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός, που αρχικά κινείται στον αέρα, προσπίπτει υπό γωνία  $\varphi$  ( $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) στην ήρεμη επιφάνεια υγρού. Αν μειώσουμε τη γωνία πρόσπτωσης, τότε:
- η συχνότητα  $f$  του μονοχρωματικού φωτός αυξάνεται.
  - ο δείκτης διάθλασης του υγρού μειώνεται.
  - η διεύθυνση της διαθλώμενης ακτίνας γίνεται παράλληλη στη διαχωριστική επιφάνεια.
  - η γωνία διάθλασης μειώνεται.

- 2.Α.147.** [Ημερ. + Εσπερ. Λύκειο Μά 2011] Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια γυαλιού και αέρα προερχόμενη από το γυαλί. Κατά ένα μέρος ανακλάται και κατά ένα μέρος διαθλάται. Τότε :
- η γωνία ανάκλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.
  - το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα μειώνεται.
  - η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.
  - η προσπίπτουσα, η διαθλώμενη και η ανακλώμενη ακτίνα δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

- 2.Α.148.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2012] Μια φωτεινή ακτίνα, με μήκος κύματος  $\lambda_0$  στον αέρα, περνά από τον αέρα στο νερό. Αν  $c$  η ταχύτητα διάδοσης της ακτίνας στον αέρα και  $u$  η ταχύτητα διάδοσης της ακτίνας στο νερό, το μήκος κύματος  $\lambda$  της φωτεινής ακτίνας στο νερό δίνεται από τη σχέση:
- $\frac{c\lambda_0}{u}$
  - $\frac{u\lambda_0}{c}$
  - $\frac{u}{\lambda_0 c}$
  - $\frac{c}{\lambda_0 u}$

### **ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ**

Να γράψετε στο τετράδιό σας τη λέξη που συμπληρώνει σωστά καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.

- 2.Α.149.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2003] Το φαινόμενο στο οποίο παράλληλες φωτεινές ακτίνες μετά την ανάκλασή τους σε κάποια επιφάνεια δεν είναι πια παράλληλες, ονομάζεται .....

### **ΣΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ**

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

- 2.Α.150.** [ΟΕΦΕ 2002] Ολική εσωτερική ανάκλαση μπορεί να συμβεί, όταν το φως μεταβαίνει από ένα οπτικά πυκνότερο σε ένα οπτικά αραιότερο μέσο.
- 2.Α.151.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2003] Το μήκος κύματος μιας μονοχρωματικής ακτινοβολίας μειώνεται όταν αυτή περνά από ένα διαφανές μέσο (π.χ. γυαλί) στον αέρα.

**2.Α.152.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2003] Το φαινόμενο της ολικής εσωτερικής ανάκλασης μπορεί να συμβεί όταν το φως μεταβαίνει από μέσο με μικρότερο δείκτη διάθλασης σε μέσο με μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης.

**2.Α.153.** [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2004] Ο δείκτης διάθλασης ενός οπτικού υλικού είναι πάντα μικρότερος της μονάδας.

**2.Α.154.** [ΟΕΦΕ 2004] Μια από τις μονάδες του δείκτη διάθλασης είναι το 1 nm.

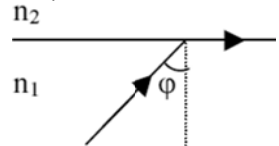
**2.Α.155.** [ΟΕΦΕ 2004] Το φαινόμενο της ολικής εσωτερικής ανάκλασης παρατηρείται, όταν μια ακτίνα φωτός μεταβαίνει από ένα οπτικά πυκνότερο σε ένα οπτικά αραιότερο μέσο.

**2.Α.156.** [Ημ. Λύκειο Μά 2006] Όταν μονοχρωματικό φως διέρχεται από ένα μέσο σε κάποιο άλλο με δείκτες διάθλασης  $n_1 \neq n_2$ , το μήκος κύματος της ακτινοβολίας είναι το ίδιο στα δύο μέσα.

**2.Α.157.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2006] Οι νόμοι της διάθλασης ισχύουν και για μηχανικά κύματα.

**2.Α.158.** [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2006] Το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης συμβαίνει μόνο όταν το φως μεταβαίνει από μέσο (α) σε μέσο (β) για τα οποία ισχύει  $n_a > n_b$ .

**2.Α.159.** [ΟΕΦΕ 2006] Στο σχήμα που ακολουθεί απεικονίζεται η πορεία μιας μονοχρωματικής ακτινοβολίας η οποία προσπίπτει υπό γωνία  $\varphi = 30^\circ$  στη διαχωριστική επιφάνεια δύο οπτικών μέσων.



Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

α. Το μέσο (2) είναι οπτικά πυκνότερο από το μέσο (1).

β. Η ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο μέσο (2) είναι μεγαλύτερη από τη ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο μέσο (1).

γ. Η γωνία εκτροπής της ακτινοβολίας από την αρχική της κατεύθυνση είναι  $60^\circ$ .

δ. Αν ο δείκτης διάθλασης του μέσου (1) είναι  $n_1 = \sqrt{2}$ , τότε ο δείκτης διάθλασης του μέσου (2) είναι  $n_2 = 1/2$

ε. Αν η γωνία πρόσπτωσης της ακτινοβολίας στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων είναι μεγαλύτερη από  $30^\circ$ , η ακτινοβολία θα υποστεί ολική ανάκλαση.

**2.Α.160.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2007] Ο λόγος της ταχύτητας του φωτός στο υλικό προς την ταχύτητα του φωτός στο κενό ονομάζεται δείκτης διάθλασης του υλικού.

**2.Α.161.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2007] Διάχυση ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο, μετά από ανάκλαση δέσμης παράλληλων ακτίνων, οι ανακλώμενες ακτίνες δεν είναι πια παράλληλες μεταξύ τους.

**2.Α.162.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2008] Η μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος 500 nm στο κενό είναι ορατή.

**2.Α.163.** [Ημ. Λύκειο Μά 2008] Ένα κατεργασμένο διαμάντι (με πολλές έδρες), που περιβάλλεται από αέρα, λαμπροκοπά στο φως επειδή έχει μεγάλη κρίσιμη γωνία.

**2.Α.164.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2008] Κατά την ανάκλαση η προσπίπτουσα ακτίνα, η ανακλώμενη και η κάθετη στην επιφάνεια στο σημείο πρόσπτωσης βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.



- 2.A.165.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2008] Ο δείκτης διάθλασης  $n$  ενός οπτικού υλικού είναι μεγαλύτερος της μονάδας.
- 2.A.166.** [Ημ. Λύκειο Μά 2009] Κατά την είσοδο μονοχρωματικής ακτίνας φωτός από τον αέρα στο νερό είναι δυνατόν να επιτευχθεί ολική ανάκλαση.
- 2.A.167.** [ΟΕΦΕ 2009] Μονοχρωματικό φως διαδίδεται σε οπτικό μέσον με δείκτη διάθλασης  $n_1$  και συναντά την επίπεδη διαχωριστική επιφάνεια με ένα άλλο οπτικά μέσον με δείκτη διάθλασης  $n_2$ . Ολική ανάκλαση είναι δυνατόν να συμβεί όταν  $n_1 < n_2$ .
- 2.A.168.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2010] Ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού δεν εξαρτάται από την ταχύτητα του φωτός στο υλικό αυτό.
- 2.A.169.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2010] Το φαινόμενο της διάθλασης παρατηρείται μόνο στα μηχανικά κύματα.
- 2.A.170.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2010] Στο φαινόμενο της διάχυσης, οι ανακλώμενες ακτίνες είναι παράλληλες μεταξύ τους.
- 2.A.171.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2010] Η μονοχρωματική ακτινοβολία μήκους κύματος  $500\text{nm}$  στο κενό είναι ορατή.
- 2.A.172.** [ΟΕΦΕ 2011] Μία φωτεινή ακτίνα, που διαδίδεται στο νερό με κατεύθυνση προς τον αέρα, διαπερνά πάντοτε τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων.

## ΘΕΜΑ Β

- 2.B.25.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2002] Μονοχρωματική ακτινοβολία μήκους κύματος  $\lambda_0$  περνάει από τον αέρα (κενό) σε διαφανές μέσο.

Να εξηγήσετε, γιατί το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο μέσο αυτό δεν μπορεί να αυξηθεί.

Μονάδες 7

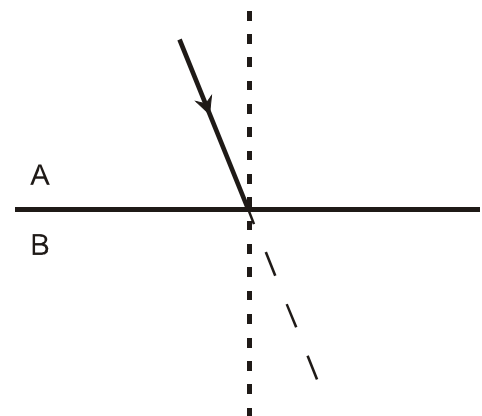
- 2.B.26.** [Ημ. Λύκειο Μά 2002] Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός που διαδίδεται στο οπτικό μέσο Α με δείκτη διάθλασης  $n_A$  προσπίπτει με γωνία μικρότερη της κρίσιμης στη διαχωριστική επιφάνεια με άλλο διαφανές οπτικό μέσο Β με δείκτη διάθλασης  $n_B$ , όπου  $n_B < n_A$ .

- A.** Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και να σχεδιάσετε τη διαθλώμενη ακτίνα. Μονάδες 2
- B.** Ποια από τις δύο γωνίες είναι μεγαλύτερη;
- α.** η γωνία προσπτώσεως,
- β.** η γωνία διαθλάσεως.

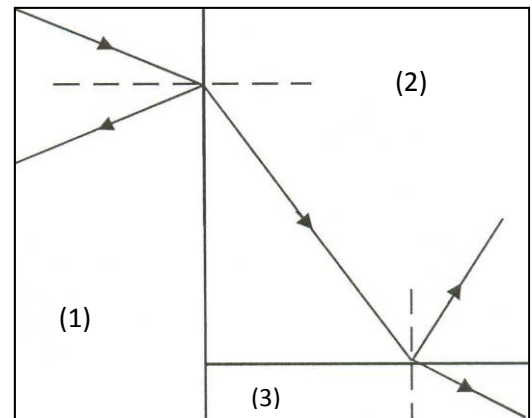
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 5



**2.Β.27.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2004] Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται η πορεία μιας ακτίνας μονοχρωματικού φωτός η οποία διέρχεται από τρία διαφανή υλικά (1), (2) και (3), με δείκτες διάθλασης  $n_1$ ,  $n_2$  και  $n_3$  αντίστοιχα.



Ποια σχέση ικανοποιούν οι δείκτες διάθλασης:

- α.  $n_3 > n_2 > n_1$ .      β.  $n_3 = n_2 > n_1$ .      γ.  $n_1 > n_2 > n_3$

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**2.Β.28.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2004] Μονοχρωματική ακτινοβολία που διαδίδεται στο γυαλί προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια του γυαλιού με τον αέρα, με γωνία πρόσπτωσης  $\theta_a$  τέτοια ώστε  $\eta\mu\theta_a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού είναι  $n_a = \sqrt{2}$ . Η ακτινοβολία

α. θα διαθλαστεί και θα εξέλθει στον αέρα.

β. θα κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια.

γ. θα ανακλαστεί ολικά από τη διαχωριστική επιφάνεια.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

**2.Β.29.** [ΟΕΦΕ 2004] Μονοχρωματική ακτίνα φωτός, η οποία διαδίδεται αρχικά στον αέρα, προσπίπτει στην επίπεδη επιφάνεια γυάλινης πλάκας πάχους  $d$  της οποίας ο δείκτης διάθλασης είναι  $n$ . Η γωνία πρόσπτωσης είναι  $45^\circ$ . Να αποδείξετε ότι:

α. η ακτίνα εξέρχεται από τη γυάλινη πλάκα.

β. η εξερχόμενη ακτίνα είναι παράλληλη προς την αρχική.

**2.Β.30.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2005] Μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος  $\lambda_0$  στο κενό περνάει από το μέσον α με δείκτη διάθλασης  $n_a$  στο μέσον β με δείκτη διάθλασης  $n_b$  προσπίπτοντας κάθετα στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων. Αν  $n_a = 2n_b$ , τότε το μήκος κύματος  $\lambda_b$  της ακτινοβολίας στο μέσον β και το μήκος κύματος  $\lambda_a$  της ακτινοβολίας στο μέσο α ικανοποιούν τη σχέση

α.  $\lambda_b = \frac{\lambda_a}{2}$ .

β.  $\lambda_b = 2\lambda_a$ .

γ.  $\lambda_b = 4\lambda_a$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμα.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

**2.Β.31.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2006] Ημιτονοειδές κύμα με μήκος κύματος  $\lambda_1$  διαδίδεται σε ένα μέσο με ταχύτητα  $u_1$ . Όταν το κύμα εισέλθει σε δεύτερο μέσο διαδίδεται με ταχύτητα  $u_2$  ( $u_2 \neq u_1$ ). Το μήκος κύματος στο δεύτερο μέσο θα είναι

α.  $\lambda_2 = \lambda_1(u_2/u_1)$ .

β.  $\lambda_2 = \lambda_1(u_1/u_2)$ .

γ.  $\lambda_2 = \lambda_1$ .

Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**2.B.32.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2006] Μονοχρωματική ακτίνα φωτός προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ γυαλιού και αέρα προερχόμενη από το γυαλί. Αν η ταχύτητα διάδοσης της ακτίνας στο γυαλί είναι  $u$  και στον αέρα  $c$  ( $u \neq c$ ), τότε για την κρίσιμη γωνία  $\theta_{\text{crit}}$  ισχύει η σχέση

α.  $\eta\mu\theta_{\text{crit}} = \frac{c}{u}$

β.  $\eta\mu\theta_{\text{crit}} = \frac{u}{c}$

γ.  $\eta\mu\theta_{\text{crit}} = \frac{u^2}{c^2}$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

\* Ήλιος

**2.B.33.** [Ημ. Λύκειο Μα 2007] Κολυμβητής βρίσκεται κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας και παρατηρεί τον ήλιο. Η θέση που τον βλέπει είναι

α. πιο ψηλά από την πραγματική του θέση.

β. ίδια με την πραγματική του θέση.

γ. πιο χαμηλά από την πραγματική του θέση.

Αέρας

Νερό



Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**2.B.34.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2007] Στη διαχωριστική επιφάνεια του υλικού Α με τον αέρα, για την οριακή γωνία ολικής ανάκλασης ισχύει  $\eta\mu\theta_{\text{crit}}^{(A)} = 0,8$ . Για το υλικό Β στη διαχωριστική επιφάνειά του με τον αέρα, είναι  $\eta\mu\theta_{\text{crit}}^{(B)} = 0,2$ . Τα υλικά Α και Β είναι οπτικά πυκνότερα από τον αέρα. Τότε:

α. Το υλικό Α είναι οπτικά πυκνότερο του Β και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει  $\eta\mu\theta_{\text{crit}}^{(AB)} = 0,25$ .

β. Το υλικό Β είναι οπτικά πυκνότερο του Α και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει  $\eta\mu\theta_{\text{crit}}^{(AB)} = 0,25$ .

γ. Το υλικό Α είναι οπτικά πυκνότερο του Β και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει  $\eta\mu\theta_{\text{crit}}^{(AB)} = 0,6$ .

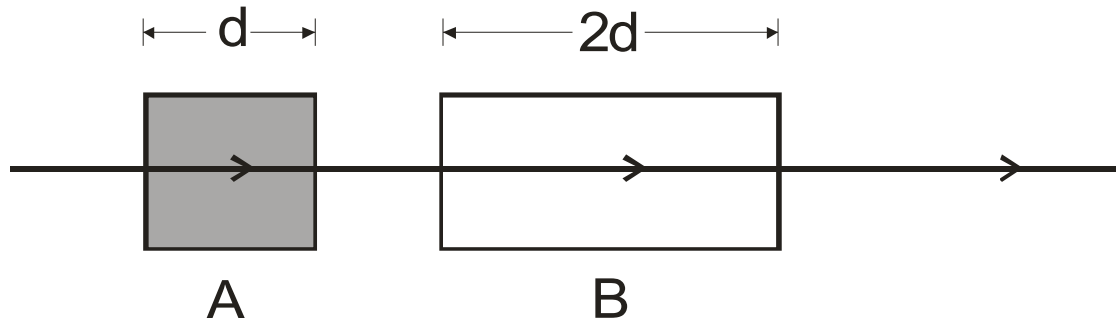
δ. Το υλικό Β είναι οπτικά πυκνότερο του Α και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει  $\eta\mu\theta_{\text{crit}}^{(AB)} = 0,6$ .

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**2.Β.35.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2007] Μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος  $\lambda_0$  στο κενό, διαπερνά κάθετα δύο πλακίδια Α και Β, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δύο πλακίδια βρίσκονται στο κενό.



Το πάχος του πλακιδίου Β είναι διπλάσιο από το πάχος του πλακιδίου Α και η ακτινοβολία τα διαπερνά σε ίσους χρόνους. Αν  $\lambda_A$  και  $\lambda_B$  είναι τα μήκη κύματος αυτής της ακτινοβολίας μέσα στα πλακίδια Α και Β αντίστοιχα, τότε

α.  $\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = 2$                       β.  $\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{1}{2}$                       γ.  $\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{1}{4}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

**2.Β.36.** [Ημ. Λύκειο Μά 2008] Η εξίσωση που περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται σε υλικό μέσο με δείκτη διάθλασης  $n$  είναι:  $E = 100\eta\mu 2\pi(12 \cdot 10^{12}t - 6 \cdot 10^4 x)$  (όλα τα μεγέθη στο S.I.). Αν η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s, ο δείκτης διάθλασης του υλικού είναι:

α. 1,2

β. 1,5

γ. 2

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

**2.Β.37.** [ΟΕΦΕ 2008] Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός διαδίδεται μέσα σε υγρό και προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια του υγρού με τον αέρα, με γωνία πρόσπτωσης  $45^\circ$ . Αν η φάση του κύματος στο υγρό δίνεται από τη σχέση  $\varphi = \frac{2\pi t}{T} - 8\pi \cdot 10^6 x$  και στον αέρα

από τη σχέση  $\varphi_0 = \frac{2\pi t}{T_0} - 4\pi \cdot 10^6 x$  (SI), τότε:

α. Η περίοδος  $T_0$  του κύματος στον αέρα είναι ίση με την περίοδο  $T$  του κύματος στο υγρό.

β. Η ακτίνα εξέρχεται στον αέρα.

Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παραπάνω προτάσεις ως σωστή ή λανθασμένη.

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας. Δίνεται:  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$

**2.Β.38.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2009] Μονοχρωματική ακτίνα μεταβαίνει από τον αέρα στο γυαλί και η γωνία πρόσπτωσης είναι  $45^\circ$ . Η γωνία διάθλασης θα είναι

α. μεγαλύτερη από  $45^\circ$ .                      β. μικρότερη από  $45^\circ$ .                      γ. ίση με  $45^\circ$ .                      Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

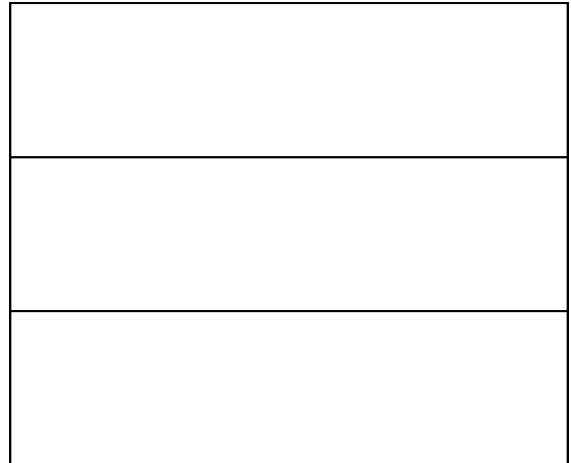
Μονάδες 5

**2.Β.39.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2009] Λεπτή μονοχρωματική δέσμη φωτός διασχίζει διαδοχικά τα οπτικά μέσα (1), (2), (3), με δείκτες διάθλασης  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν  $\varphi_2 > \varphi_1$ , τότε :

- α.  $n_1 = n_3$       β.  $n_1 < n_3$       γ.  $n_1 > n_3$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.      Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



Μονάδες 5

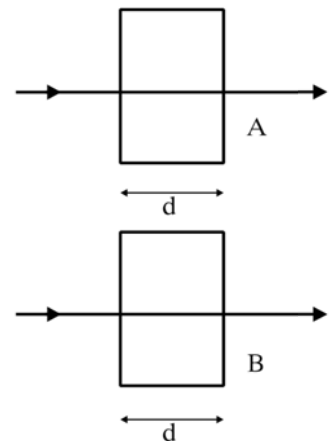
**2.Β.40.** [Εσπερ. Λύκειο Μα 2010] Στο σχήμα φαίνονται δύο όμοια διαφανή πλακίδια Α, Β σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με δείκτες διάθλασης  $n_A$ ,  $n_B$  αντίστοιχα, όπου  $n_A > n_B$ . Στα πλακίδια προσπίπτουν συγχρόνως δύο όμοιες μονοχρωματικές δέσμες φωτός.

- α. Πρώτα εξέρχεται η δέσμη από το πλακίδιο Α.  
β. Πρώτα εξέρχεται η δέσμη από το πλακίδιο Β.  
γ. Οι δύο δέσμες εξέρχονται ταυτόχρονα.

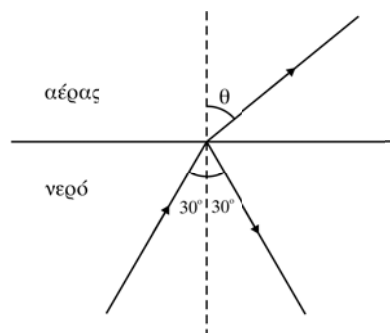
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (μονάδες 7)

Μονάδες 9



**2.Β.41.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2010] Μονοχρωματική ακτίνα φωτός διαδίδεται στο νερό και προσπίπτει στην ελεύθερη επιφάνειά του με γωνία  $30^\circ$ . Η ακτίνα εξέρχεται στον αέρα, όπως φαίνεται στο σχήμα



Αν  $v$  είναι η ταχύτητα του φωτός στο νερό και  $c$  στον αέρα, τότε ισχύει

- α.  $v < \frac{c}{2}$ ,      β.  $v = \frac{c}{2}$       γ.  $v > \frac{c}{2}$

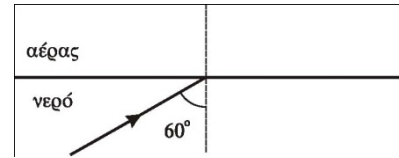
Δίνεται ότι  $\eta_{30^\circ} = 1/2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Μονάδες 9

**2.Β.42.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2010] Μονοχρωματική ακτίνα φωτός προερχόμενη από το νερό προσπίπτει με γωνία  $60^\circ$  στη διαχωριστική επιφάνεια νερού και αέρα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ακτίνα μετά την πρόσπτωσή της στη διαχωριστική επιφάνεια



- α. εξέρχεται στον αέρα.
- β. δεν εξέρχεται στον αέρα.
- γ. κινείται παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια.

Δίνονται: ο δείκτης διάθλασης του νερού για αυτήν την ακτινοβολία  $n_v = \frac{4}{3}$ , ο δείκτης

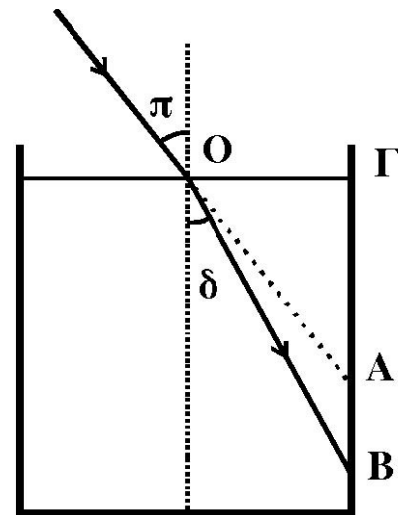
διάθλασης του αέρα  $n_a=1$ , το  $\eta_{50^\circ}=0,75$  και το  $\eta_{60^\circ}=0,87$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

**2.Β.43.** [Ημ. +Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2011] Μονοχρωματική ακτίνα φωτός πέφτει στη διαχωριστική επιφάνεια υγρού και αέρα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η γωνία πρόσπτωσης είναι  $\pi$ , η γωνία διάθλασης είναι  $\delta$ , το μήκος στην προέκταση της προσπίπτουσας ακτίνας μέχρι το κατακόρυφο τοίχωμα του δοχείου είναι  $OA$  και το μήκος στη διεύθυνση της διαθλώμενης ακτίνας μέχρι το τοίχωμα του δοχείου είναι  $OB$ . Αν η γωνία



πρόσπτωσης  $\pi$  αυξάνεται, τότε ο λόγος  $\frac{OB}{OA}$ :

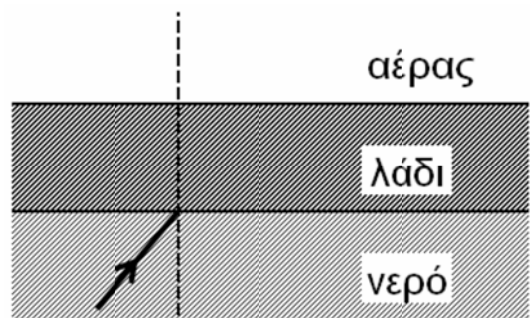
- α. αυξάνεται,    β. μειώνεται,    γ. παραμένει σταθερός.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

**2.Β.44.** [Ημ. Λύκειο Μα 2012] Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός, προερχόμενη από πηγή που βρίσκεται μέσα στο νερό, προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια νερού - αέρα υπό γωνία ίση με την κρίσιμη. Στην επιφάνεια του νερού ρίχνουμε στρώμα λαδιού το οποίο δεν αναμιγνύεται με το νερό, έχει πυκνότητα μικρότερη από το νερό και δείκτη διάθλασης μεγαλύτερο από το δείκτη διάθλασης του νερού. Τότε η ακτίνα



- α. θα εξέλθει στον αέρα
- β. θα υποστεί ολική ανάκλαση
- γ. θα κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού - αέρα.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

**2.Β.45.** [Εσπερ. Λύκειο Μα 2012] Μία ακτίνα μονοχρωματικού φωτός περνά διαδοχικά από 3 στρώματα διαφορετικών οπτικών μέσων όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ο δείκτης διάθλασης του μέσου 3 είναι

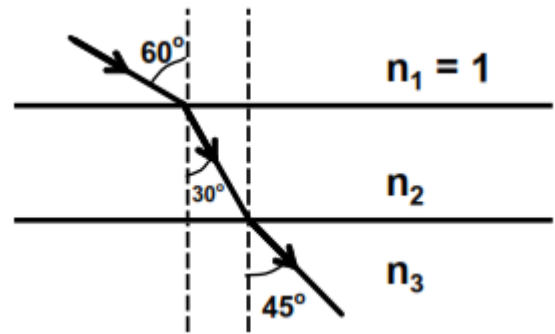
α.  $n_3 = \sqrt{2}$

β.  $n_3 = \frac{\sqrt{6}}{2}$

γ.  $n_3 = 2$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας (μονάδες 6).



**Μονάδες 8**

**2.Β.46.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2012] Πρίσμα με δείκτη διάθλασης  $n_1$  βρίσκεται μέσα σε υλικό με δείκτη διάθλασης  $n_2$ . Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός ακολουθεί την πορεία που φαίνεται στο σχήμα.

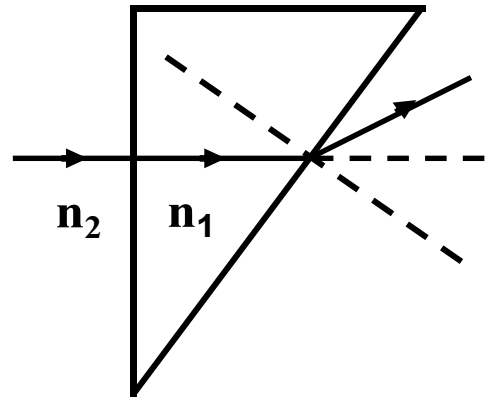
Αν  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  είναι τα μήκη κύματος στο πρίσμα και στο υλικό αντίστοιχα, ισχύει ότι:

α.  $\lambda_1 = \lambda_2$                       β.  $\lambda_1 > \lambda_2$                       γ.  $\lambda_1 < \lambda_2$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας (μονάδες 6).

**Μονάδες 8**



## ΘΕΜΑ Γ

2.Γ.27. [ΟΕΦΕ 2012]

Ηλεκτρομαγνητικό κύμα συχνότητας  $6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  διαδίδεται στο κενό κατά μήκος του άξονα  $x'Ox$  προς τη θετική φορά με ταχύτητα  $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , που το κύμα φτάνει στην αρχή  $O$  ( $x = 0$ ) του άξονα, οι εντάσεις των δύο πεδίων έχουν τιμή μηδέν και αμέσως μετά αποκτούν θετική τιμή. Το μέτρο της μέγιστης έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος είναι  $6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ .

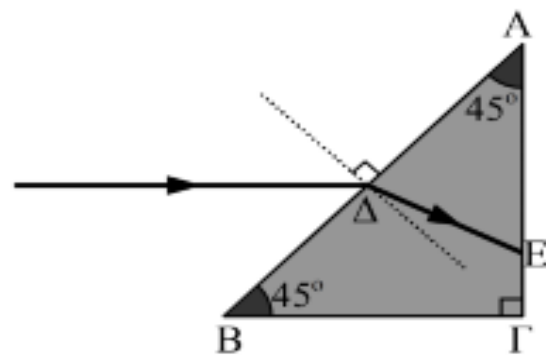
Γ1. Να γράψετε την εξίσωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου για τη διάδοση του κύματος κατά μήκος του άξονα  $x'Ox$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

Γ2. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε συνάρτηση με τη θέση  $x$  τη χρονική στιγμή  $t_2 = 3,75 \cdot 10^{-15} \text{ s}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

Το παραπάνω ηλεκτρομαγνητικό κύμα προσπίπτει όπως φαίνεται στο σχήμα στο σημείο  $\Delta$  γυάλινου πρίσματος του οποίου η τομή  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο. Η προσπίπτουσα ακτίνα είναι παράλληλη στη βάση  $B\Gamma$  του πρίσματος και το κύμα εισερχόμενο στο πρίσμα εκτρέπεται κατά  $15^\circ$  και προσπίπτει στο σημείο  $E$  της πλευράς  $A\Gamma$  του πρίσματος.



Γ3. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος κατά τη διάδοση του κύματος στο πρίσμα.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

Γ4. Να εξετάσετε αν το κύμα εξέρχεται από το πρίσμα στο σημείο  $E$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

$$\text{Δίνονται: } \eta_{\mu 30^\circ} = \frac{1}{2} \text{ και } \eta_{\mu 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

## ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

### • ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ του ΣΤΕΡΕΟΥ

#### ΘΕΜΑ Α

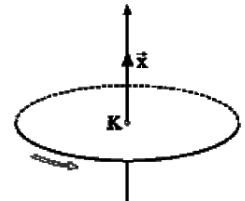
##### ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

**4.Α.1.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2004] Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος

- α. όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.
- β. κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα  $u = \omega \cdot r$  ( $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα,  $r$  η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).
- γ. κάθε σημείο του σώματος έχει γωνιακή ταχύτητα  $\omega = u_{cm} / R$  ( $u_{cm}$  η ταχύτητα του κέντρου μάζας,  $R$  η απόσταση του σημείου από το κέντρο μάζας).
- δ. η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται.

**4.Α.2.** [ΟΕΦΕ 2004] Υλικό σημείο εκτελεί κυκλική κίνηση κέντρου Κ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το διάνυσμα  $\vec{x}$  που διέρχεται από το Κ και είναι κάθετο στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς δεν μπορεί να είναι :



- α. γωνιακή ταχύτητα.
- β. γωνιακή επιτάχυνση.
- γ. ορμή
- δ. στροφορμή.

**4.Α.3.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2005] Τροχός ακτίνας  $R$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν  $u_{cm}$  η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με  $R$ , έχει μέτρο

- α.  $u_{cm}$ .
- β.  $2 u_{cm}$ .
- γ.  $0$ .
- δ.  $\sqrt{2} u_{cm}$ .

**4.Α.4.** [ΟΕΦΕ 2006] Τροχός κυλιέται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει. Αν η ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού έχει μέτρο  $u_{cm}$ , η ταχύτητα του κατώτερου σημείου της περιφέρειας έχει μέτρο:

- α.  $u_{cm}$
- β.  $u_{cm}/2$
- γ.  $0$
- δ.  $2 u_{cm}$

**4.Α.5.** [ΟΕΦΕ 2007] Αυτοκίνητο κινείται με κατεύθυνση από το νότο προς το βορρά και κάποια στιγμή ο οδηγός φρενάρει. Αν κατά την διάρκεια του φρεναρίσματος, οι τροχοί του κυλίσουν χωρίς να ολισθαίνουν, γωνιακή επιβράδυνση των τροχών του έχει φορά:

- α. από τη δύση προς την ανατολή.
- β. από την ανατολή προς τη δύση
- γ. από το νότο προς το βορρά.
- δ. από το βορρά προς το νότο.

- 4.Α.6. [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2010] Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση, τότε η γωνιακή του
- α. ταχύτητα αυξάνεται.
  - β. ταχύτητα μένει σταθερή.
  - γ. επιτάχυνση αυξάνεται.
  - δ. επιτάχυνση μειώνεται.

**ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ**

Να γράψετε στο τετράδιό σας τη λέξη που συμπληρώνει σωστά καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.

- 4.Α.7. [Εν. Λύκειο Μά 2003] Όταν ένα σώμα μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει ο προσανατολισμός του, λέμε ότι κάνει ..... κίνηση.

**ΣΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ**

- 4.Α.8. Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.
- 4.Α.9. [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2002] Στη μεταφορική κίνηση ενός σώματος κάθε χρονική στιγμή όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα.
- 4.Α.10. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2007] Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας  $\vec{\omega}$  και της γωνιακής επιτάχυνσης  $\vec{\alpha}$  έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.
- 4.Α.11. [ΟΕΦΕ 2010] Όταν ένα σώμα εκτελεί μεταφορική κίνηση, το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο τυχαία σημεία του μετατοπίζεται παράλληλα προς τον εαυτό του.
- 4.Α.12. [Ημερ+Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2011] Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα.
- 4.Α.13. [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2011] Όλα τα σημεία ενός σώματος που εκτελεί μεταφορική κίνηση έχουν την ίδια ταχύτητα.
- 4.Α.14. [ΟΕΦΕ 2011] Όταν ένα σώμα εκτελεί μεταφορική κίνηση, κάθε στιγμή όλα τα σημεία του έχουν ίσες ταχύτητες.
- 4.Α.15. [Ημ+Εσπ. Λύκειο Μά 2012] Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα.

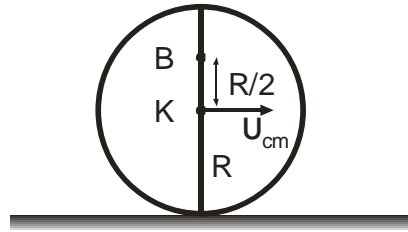
**ΘΕΜΑ Β**

- 4.Β.1. [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2004] Δύο ομογενείς κυκλικοί δακτύλιοι  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  με ακτίνες R και 2R, κυλιούνται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες  $3\omega$  και  $\omega$ , αντίστοιχα. Ο λόγος των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των δακτυλίων  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  είναι

α.  $\frac{3}{2}$ .                      β.  $\frac{1}{2}$ .                      γ. 1.                      Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.                      Μονάδες 6

- 4.Β.2. [Ημερ. Λύκειο Μά 2006] Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του K είναι  $u_{cm}$ .



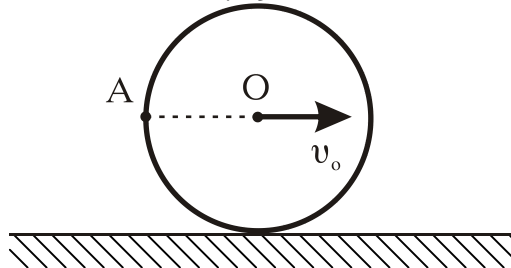
Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση Β της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση  $R/2$  από το Κ θα είναι

α.  $\frac{3}{2}v_{cm}$  .      β.  $\frac{2}{3}v_{cm}$  .      γ.  $\frac{5}{2}v_{cm}$  .      Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**4.Β.3.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2009] Ο δίσκος του σχήματος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του Ο είναι  $u_0$ . Το σημείο Α βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το ΑΟ είναι οριζόντιο.



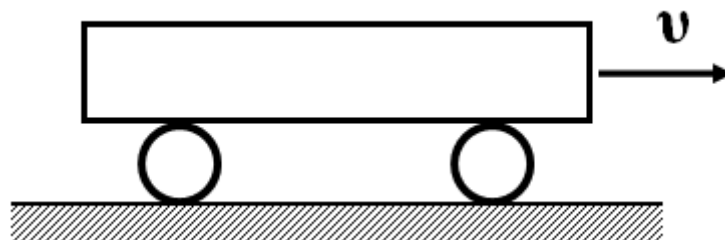
Η ταχύτητα του σημείου Α έχει μέτρο

α.  $u_A = 2u_0$       β.  $u_A = \sqrt{2}u_0$       γ.  $u_A = u_0$  .      Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**4.Β.4.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2012] Μία δοκός κινείται πάνω σε δύο όμοιους κύλινδρους, όπως φαίνεται στο σχήμα, χωρίς να ολισθαίνει.



Οι κύλινδροι κυλούν στο οριζόντιο δάπεδο χωρίς να ολισθαίνουν. Αν η δοκός μετατοπιστεί κατά 10 cm ο κάθε κύλινδρος θα μετατοπιστεί κατά

α. 10 cm      β. 5 cm      γ. 20 cm

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή τιμή (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

## • ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ - ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ

### ΘΕΜΑ Α

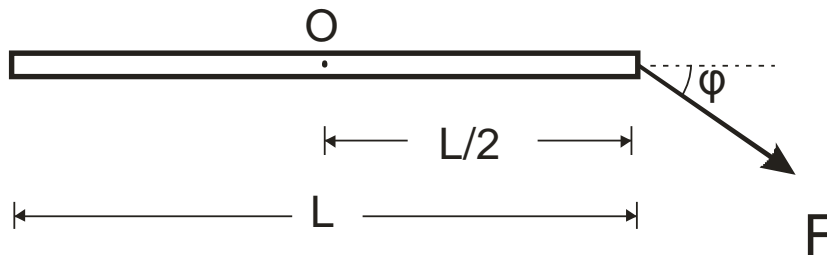
#### ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

**4.Α.16.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2003] Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει

- α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν.
- β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν.
- γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν.
- δ. η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός.

**4.Α.17.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2007] Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος  $L$  και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της  $O$  και είναι κάθετος σε αυτή.



Η ροπή της δύναμης  $F$  ως προς το σημείο  $O$  έχει μέτρο

- α.  $0$ .
- β.  $F \frac{L}{2}$ .
- γ.  $F \frac{L}{2} \sin \phi$ .
- δ.  $F \frac{L}{2} \eta \mu \phi$ .

**4.Α.18.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2009] Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα, αρκεί

- α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
- β. η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
- γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
- δ. το έργο του βάρους του να είναι ίσο με μηδέν.

**4.Α.19.** [ΟΕΦΕ 2012]

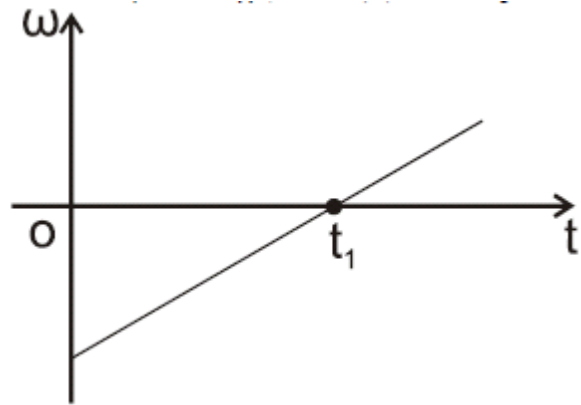
Σε στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα ενεργεί σταθερή ροπή. Τότε αυξάνεται με σταθερό ρυθμό:

- α. η ροπή αδράνειας του στερεού
- β. η κινητική ενέργεια του στερεού
- γ. η στροφορμή του στερεού
- δ. η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού

**4.Α.20.** [Ημερ+Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2012] Στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Η γωνιακή ταχύτητα ( $\omega$ ) μεταβάλλεται με το χρόνο ( $t$ ), όπως στο σχήμα:

Η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο σώμα:

- είναι μηδέν τη χρονική στιγμή  $t_1$
- είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.
- είναι σταθερή και ίση με το μηδέν.
- αυξάνεται με το χρόνο.



### ΣΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ

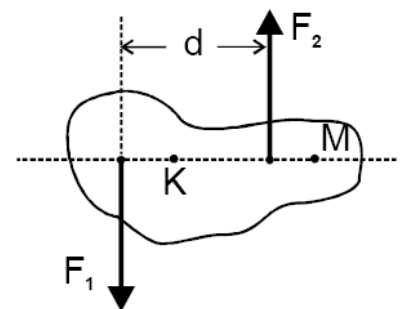
Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

- [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν.
- [ΟΕΦΕ 2008] Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου στο οποίο ανήκει το ζεύγος.
- [Ημ. Λύκειο 2010] Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο.
- [Εσπ. Λύκειο Μά 2010] Η μονάδα της ροπής δύναμης στο SI είναι Nm.
- [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2010] Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.
- [Εσπ. Λύκειο Μά 2007] Όταν ο φορέας της δύναμης, η οποία ασκείται σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του, τότε το σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.
- [Ημερ. Λύκειο Μά 2004] Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια στη μεταφορική κίνηση.
- [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2012] Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.

## ΘΕΜΑ Β

**4.Β.5.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2007] Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  του σχήματος, που έχουν ίδιο μέτρο, είναι

- μεγαλύτερη ως προς το σημείο Κ.
- μεγαλύτερη ως προς το σημείο Μ.
- ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.



Μονάδες 3

Μονάδες 6

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

## ΘΕΜΑ Γ

4.Γ.1. [Εσπ. Λύκειο Μά 2002] Ομογενής δοκός AB μήκους  $L = 3 \text{ m}$  και βάρους  $w = 50 \text{ N}$  ισορροπεί οριζόντια, στηριζόμενη στο άκρο A και στο σημείο Γ, που απέχει από το άλλο άκρο B απόσταση  $d = 0,5 \text{ m}$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



i. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα στη δοκό στα σημεία A και Γ.

Μονάδες 12

Στο άκρο B της δοκού τοποθετείται σώμα βάρους  $w_1$  και παρατηρούμε ότι η δύναμη που ασκείται στη δοκό από το στήριγμα στο άκρο A ελαττώνεται στο μισό.

ii. Να υπολογίσετε το βάρος  $w_1$  του σώματος.

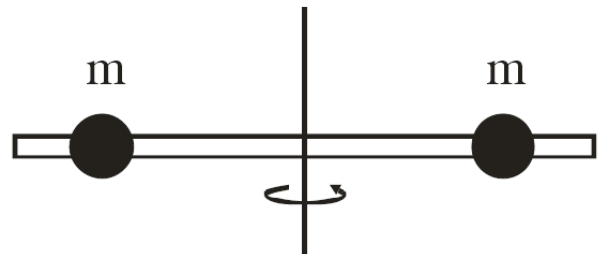
Μονάδες 13

## • ΝΟΜΟΣ ΣΤΡΟΦΙΚΗΣ - ΕΝΕΡΓΕΙΑ

### **ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ**

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

4.Α.29. [Εσπερ. Λύκειο Μά 2002] Αν το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που δρουν πάνω σ' ένα στερεό σώμα, το οποίο περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι μηδέν, τότε



- η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται.
- η γωνιακή του ταχύτητα είναι σταθερή.
- η γωνιακή του επιτάχυνση μεταβάλλεται.
- η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του μεταβάλλεται.

4.Α.30. [ΟΕΦΕ 2002] Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος δεν εξαρτάται από

- τη θέση του άξονα περιστροφής.
- την κατανομή της μάζας του σώματος γύρω από τον άξονα περιστροφής.
- τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής.
- τη μάζα του σώματος.

4.Α.31. [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2004] Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος υποδιπλασιαστεί, τότε η κινητική του ενέργεια θα

- υποτετραπλασιαστεί.
- υποδιπλασιαστεί.
- τετραπλασιαστεί.
- παραμένει αμετάβλητη.

**4.Α.32.** [Ημ. Λόκειο Επαναλ 2007] Η ράβδος του σχήματος είναι αβαρής και οι μάζες  $m$  απέχουν εξίσου από τον άξονα περιστροφής.

Αν η απόσταση των μαζών από τον άξονα περιστροφής υποδιπλασιαστεί, η ροπή αδράνειας του συστήματος:

α. τετραπλασιάζεται.

β. διπλασιάζεται.

γ. υποδιπλασιάζεται.

δ. υποτετραπλασιάζεται.

**4.Α.33.** [Ημ. Λόκειο Επαναλ 2008] Στη στροφική κίνηση το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών των δυνάμεων, που ασκούνται στο σώμα είναι

α. ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος.

β. ίσο με τη μεταβολή της στροφορμής του σώματος.

γ. πάντα θετικό.

δ. αντιστρόφως ανάλογο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα.

**4.Α.34.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2005] Μια σφαίρα και ένας κύλινδρος ξεκινούν από την ίδια θέση όπου βρίσκονται σε ακινησία και κυλούν προς τα κάτω (χωρίς να ολισθαίνουν) στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο. Όταν θα διανύσουν το ίδιο μήκος στο κεκλιμένο επίπεδο, ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής; ( Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονά της,  $I_{\sigma\phi} = 2/5mR^2$  και η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του  $I_{\kappa\upsilon\lambda} = 1/2 mR^2$ .)

α. Ο κύλινδρος θα διανύσει την απόσταση σε λιγότερο χρόνο και αυτό είναι ανεξάρτητο της μάζας και της ακτίνας των αντικειμένων.

β. Το σώμα με τη μεγαλύτερη μάζα θα διανύσει την απόσταση σε λιγότερο χρόνο

γ. Θα διανύσουν την απόσταση και τα δύο συγχρόνως, ανεξάρτητα από τη μάζα και την ακτίνα των δύο αντικειμένων

δ. Η σφαίρα θα διανύσει την απόσταση σε λιγότερο χρόνο και αυτό είναι ανεξάρτητο της μάζας και της ακτίνας των δύο αντικειμένων.

**4.Α.35.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Μία συμπαγής σφαίρα ακτίνας  $R$  και μάζας  $M$  και ροπής αδράνειας  $I = \frac{2}{5}MR^2$  ξεκινάει να κυλάει χωρίς ολίσθηση σε ένα κεκλιμένο επίπεδο από ύψος  $H$ . Όταν φθάσει στο κατώτερο σημείο  $B$  του κεκλιμένου επιπέδου έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου  $u_M$ .

Αν μια σημειακή μάζα  $m$  ακολουθήσει την ίδια διαδρομή χωρίς τριβή, τότε το μέτρο της ταχύτητάς της στο ίδιο σημείο θα είναι  $u_m$ .

Ο λόγος των ταχυτήτων  $u_M / u_m$  θα είναι :

α.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

β.  $\frac{\sqrt{5}}{7}$

γ.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .

δ. 1.

**4.Α.36.** [Εσπερ. Λόκειο Μα 2009] Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Αν διπλασιαστεί η γωνιακή του ταχύτητα, τότε η κινητική του ενέργεια

α. μένει η ίδια.

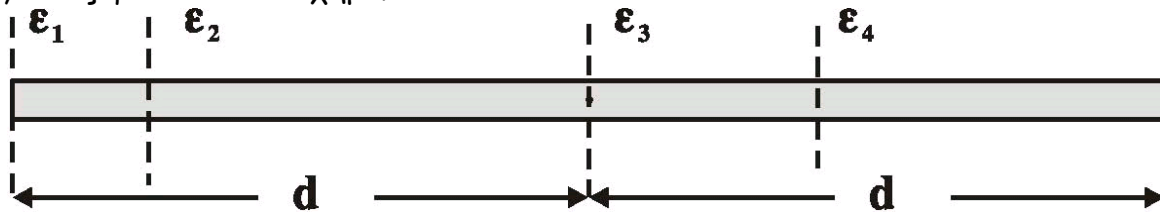
β. διπλασιάζεται.

γ. τετραπλασιάζεται.

δ. οκταπλασιάζεται.

- 4. A. 37.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2010] Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος ως προς άξονα περιστροφής
- είναι διανυσματικό μέγεθος.
  - έχει μονάδα μέτρησης το  $1\text{N}\cdot\text{m}$ , στο S.I.
  - δεν εξαρτάται από την θέση του άξονα περιστροφής.
  - εκφράζει την αδράνεια του σώματος στην περιστροφική κίνηση.

- 4. A. 38.** [Ημερ+Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2011] Η λεπτή ομογενής ράβδος του σχήματος έχει ροπή αδράνειας  $I_1, I_2, I_3, I_4$  ως προς τους παράλληλους άξονες  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$  αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η μικρότερη ροπή αδράνειας είναι η

- $I_1$ .
- $I_2$ .
- $I_3$ .
- $I_4$ .

**ΣΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ**

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

- 4. A. 39.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2003] Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα είναι ανάλογη προς τη συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα.
- 4. A. 40.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2004] Η μονάδα μέτρησης της ροπής αδράνειας είναι  $1\text{kg}\cdot\text{m}^2$ .
- 4. A. 41.** [ΟΕΦΕ 2004] Ένα στερεό σώμα είναι δυνατό να έχει κινητική ενέργεια, χωρίς να έχει ορμή.
- 4. A. 42.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2005] Όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα στερεό σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα έχει πάντοτε μηδενική γωνιακή επιτάχυνση.
- 4. A. 43.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2005] Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής του.
- 4. A. 44.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2007] Η ροπή αδράνειας ενός σώματος σταθερής μάζας έχει πάντα την ίδια τιμή.
- 4. A. 45.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2008] Η ροπή αδράνειας ενός στερεού δεν εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής του.
- 4. A. 46.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2008] Η ροπή αδράνειας εκφράζει στη μεταφορική κίνηση ό,τι εκφράζει η μάζα στη στροφική κίνηση.
- 4. A. 47.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2008] Η ροπή αδράνειας είναι μονόμετρο μέγεθος και έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το  $1\text{kg}\cdot\text{m}$ .
- 4. A. 48.** [Ημ. Λύκειο Μά 2009] Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος δεν εξαρτάται από τον άξονα περιστροφής του σώματος.



- 4.A.49.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2009] Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος.
- 4.A.50.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2009] Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.
- 4.A.51.** [Ημ+Εσπ.. Λύκειο Μα 2011] Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.
- 4.A.52.** [Ημ+Εσπ.. Λύκειο Επαναλ 2012] Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα ενός στερεού έχει τη μικρότερη τιμή της, όταν ο άξονας αυτός διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού.
- 4.A.53.** [ΟΕΦΕ 2012] Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια στη μεταφορική κίνηση.

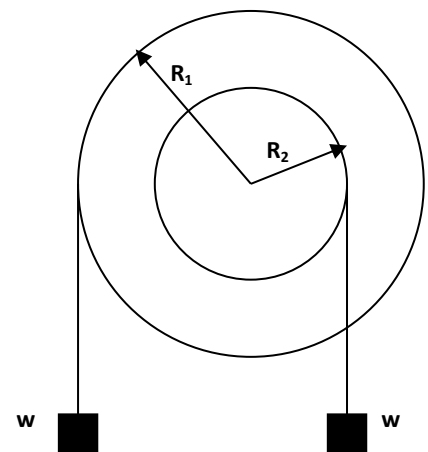
**ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ**

**4.A.54.** [ΟΕΦΕ 2002] Στον παρακάτω πίνακα Α δίνοντας μεγέθη, ορισμοί μεγεθών και νόμοι που αναφέρονται στη μεταφορική κίνηση ενός σώματος. Να συμπληρώσετε τον πίνακα Β με τα αντίστοιχα μεγέθη, ορισμούς και νόμους που αναφέρονται στην περιστροφική κίνηση ενός σώματος.

A	B
α. Ορισμός ταχύτητας $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$	1.
β. Β νόμος του Νεύτωνα $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$	2.
γ. Κινητική ενέργεια $K = \frac{1}{2}mv^2$	3.
δ. Μάζα m	4.

**ΘΕΜΑ Β**

**4.B.6.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2002] Στο σχήμα φαίνεται σε τομή το σύστημα δύο ομοαξονικών κυλίνδρων με ακτίνες  $R_1, R_2$  με  $R_1 > R_2$  που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος συμπίπτει με τον κατά μήκος άξονα συμμετρίας των κυλίνδρων. Εξαιτίας των ίσων βαρών  $w$  που κρέμονται από τους δύο κυλίνδρους, πως θα περιστραφεί το σύστημα;



- α. σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.
- β. αντίθετα προς τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Μονάδες 2
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. Μονάδες 6

**4.B.7.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Αν η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς τον άξονα περιστρο-

φής του είναι  $I$ , να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της στροφικής του κίνησης δίνεται από τη σχέση  $K = \frac{1}{2} I \omega^2$ . Μονάδες 7

**4.Β.8.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2003] Δύο ομογενείς δακτύλιοι Α, Β των οποίων το πάχος είναι αμελητέο σε σχέση με την ακτίνα τους, έχουν την ίδια μάζα και ακτίνες  $R_A, R_B$  όπου  $R_A > R_B$ . Οι δακτύλιοι περιστρέφονται ο καθένας γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους και είναι κάθετος στο επίπεδό τους με την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

α. Ποιος από τους δύο δακτυλίους έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής; Μονάδες 2

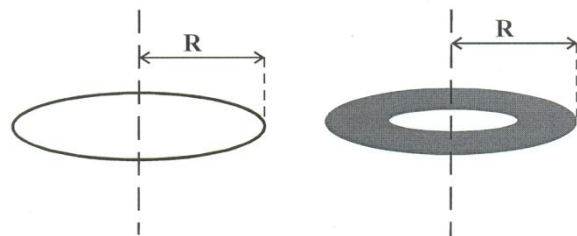
β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. Μονάδες 7

**4.Β.9.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Ένα ομογενές σώμα με κανονικό γεωμετρικό σχήμα κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει. Η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της μεταφορικής κίνησης είναι ίση με την κινητική του ενέργεια λόγω της στροφικής κίνησης γύρω από τον άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του. Το γεωμετρικό σχήμα του σώματος είναι:

α. σφαίρα. β. λεπτός δακτύλιος. γ. κύλινδρος. Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. Μονάδες 5

**4.Β.10.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2004] Δακτύλιος και δίσκος με οπή, η μάζα του οποίου είναι ομογενώς κατανομημένη, όπως στο σχήμα, έχουν την ίδια μάζα και την ίδια ακτίνα.

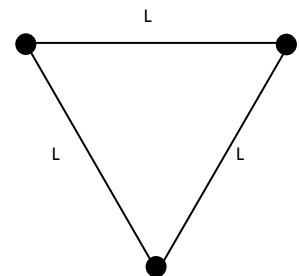


Α. Αν  $I_{\Delta\sigma}$  και  $I_{\Delta\kappa}$  οι ροπές αδράνειας του δίσκου και του δακτυλίου αντίστοιχα ως προς άξονες κάθετους στο επίπεδό τους που διέρχονται από τα κέντρα τους, τι ισχύει;

α.  $I_{\Delta\sigma} > I_{\Delta\kappa}$ . β.  $I_{\Delta\sigma} < I_{\Delta\kappa}$ . γ.  $I_{\Delta\sigma} = I_{\Delta\kappa}$  Μονάδες 3

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. Μονάδες 5

**4.Β.11.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2004] Τρεις σφαίρες αμελητέων διαστάσεων που η κάθε μία έχει την ίδια μάζα  $m$ , συνδέονται μεταξύ τους με ράβδους αμελητέας μάζας και μήκους  $L$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σύστημα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από μία από τις σφαίρες.

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς αυτόν τον άξονα είναι:

α.  $mL^2$  β.  $2mL^2$  γ.  $3mL^2$  Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**4.Β.12.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2004] Σώμα ακίνητο αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Αν τη χρονική στιγμή  $t_1$  η κινητική ενέργεια λόγω της περιστροφής είναι  $K_1$  και τη χρονική στιγμή  $t_2 = 2 t_1$  είναι  $K_2$ , τότε:

α.  $K_2 = 2K_1$

β.  $K_2 = 4K_1$

γ.  $K_2 = 8K_1$

Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**4.Β.13.** [ΟΕΦΕ 2004] Υλικό σημείο μάζας  $m$  διαγράφει κυκλική τροχιά ακτίνας  $r$  με ταχύτητα σταθερού μέτρου  $u$ . Η κινητική ενέργεια του υλικού σημείου μπορεί να υπολογιστεί:

α. από τη σχέση  $K = \frac{1}{2} m u^2$ .

β. από τη σχέση  $K = \frac{1}{2} I \omega^2$ , όπου  $I$  η ροπή αδράνειας του υλικού σημείου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι κάθετος στο επίπεδο της και  $\omega$  το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας.

γ. και από τις δύο παραπάνω σχέσεις.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**4.Β.14.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2005] Ομογενής σφαίρα μάζας  $m$  και ακτίνας  $R$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας είναι  $u_{cm}$ . Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι  $I_{cm} = (2/5)mR^2$ .

A. Η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι

α.  $\frac{2}{5} m u_{cm}^2$ .

β.  $\frac{7}{10} m u_{cm}^2$ .

γ.  $\frac{9}{10} m u_{cm}^2$ .

Μονάδες 2

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

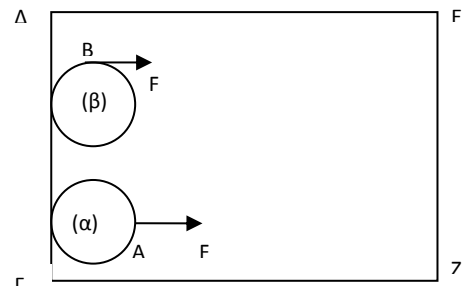
**4.Β.15.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2005] Δύο ίδιοι οριζόντιοι κυκλικοί δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι ΓΔΕΖ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν την ίδια απόσταση από την πλευρά ΕΖ. Ίδιες σταθερές δυνάμεις  $F$  με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές ΔΕ και ΓΖ ασκούνται σ' αυτούς. Στο δίσκο (α) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Α του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Β του δίσκου. Αν ο δίσκος (α) χρειάζεται χρόνο  $t_\alpha$  για να φτάσει στην απέναντι πλευρά ΕΖ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο  $t_\beta$ , τότε:

α.  $t_\alpha > t_\beta$ .

β.  $t_\alpha = t_\beta$ .

γ.  $t_\alpha < t_\beta$ .

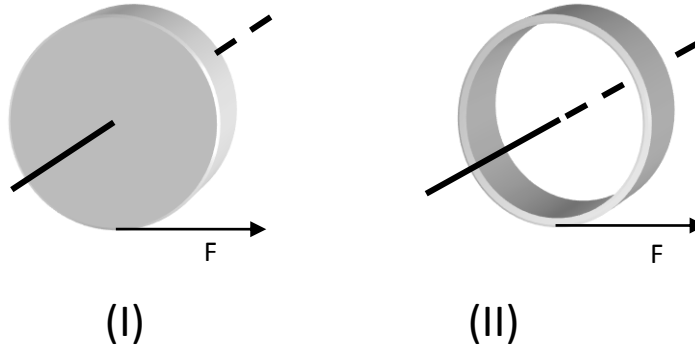
Μονάδες 4



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**4.B.16.** [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2006] Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος (I) και ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δακτύλιος (II), που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα.



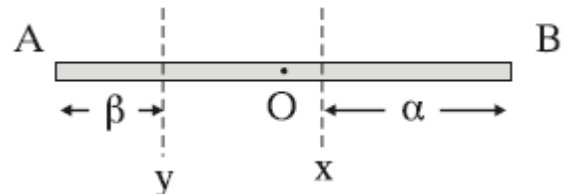
Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά δυνάμεις ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρεια. Οι γωνιακές επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν θα είναι

α.  $\alpha_I = \alpha_{II}$ .      β.  $\alpha_I < \alpha_{II}$ .      γ.  $\alpha_I > \alpha_{II}$ .      Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

**4.B.17.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2006] Μια λεπτή και ομογενής ράβδος AB μπορεί να περιστρέφεται είτε γύρω από τον άξονα x είτε γύρω από τον άξονα y. Οι άξονες αυτοί είναι κάθετοι στη ράβδο και βρίσκονται εκατέρωθεν του μέσου O της ράβδου.



Αν  $\alpha, \beta$  είναι η απόσταση κάθε άξονα από τα

άκρα της ράβδου, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ισχύει  $\alpha > \beta$  ο λόγος των ροπών αδράνειας της ράβδου  $I_x, I_y$  ως προς τους άξονες x,y αντίστοιχα είναι

α.  $\frac{I_x}{I_y} = 1$       β.  $\frac{I_x}{I_y} > 1$       γ.  $\frac{I_x}{I_y} < 1$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

**4.B.18.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2008] Ένας κύβος και μία σφαίρα ίδιας μάζας αφήνονται να κινηθούν από το ίδιο ύψος δύο διαφορετικών κεκλιμένων επιπέδων. Ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβές στο ένα και η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση στο άλλο. Για τις ταχύτητες του κύβου και του κέντρου μάζας της σφαίρας στη βάση των κεκλιμένων επιπέδων ισχύει ότι

α. μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του κύβου.

β. μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα της σφαίρας.

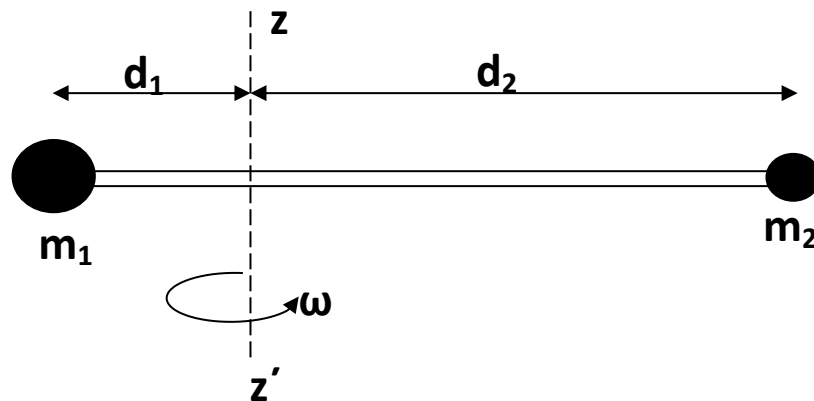
γ. οι ταχύτητες είναι ίσες.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

Μονάδες 5

**4.Β.19.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2009] Η οριζόντια ράβδος του σχήματος είναι αβαρής, η σημειακή μάζα  $m_1$  είναι τετραπλάσια από τη σημειακή μάζα  $m_2$ , και το μήκος  $d_2$  είναι διπλάσιο από το μήκος  $d_1$ . Το σύστημα περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα  $z'z$ .



Η ροπή αδράνειας της μάζας  $m_1$  ως προς τον άξονα  $z'z$  είναι

- α. μεγαλύτερη από      β. μικρότερη από      γ. ίση με  
τη ροπή αδράνειας της μάζας  $m_2$  ως προς τον ίδιο άξονα.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

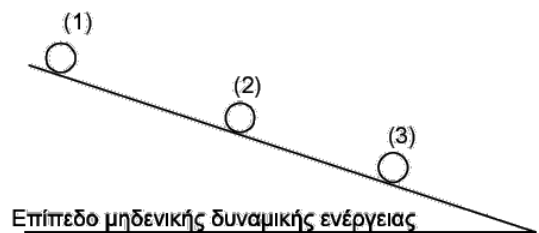
Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 5

**4.Β.20.** [ΟΕΦΕ 2009] Ομογενές σώμα αφήνεται ελεύθερο στη θέση (1) του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Στη θέση αυτή έχει δυναμική ενέργεια λόγω του βάρους και του ύψους του από το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας  $U_1 = 140 \text{ J}$ . Στη διάρκεια της κίνησης του το σώμα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και χωρίς να αλλάζει προσανατολισμό ο άξονος περιστροφής του. Στη θέση (2) έχει κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής  $K_{\pi(2)} = 30 \text{ J}$  και δυναμική ενέργεια  $U_{(2)} = 35 \text{ J}$ . Τότε στη θέση (3), όπου η δυναμική του ενέργεια είναι  $U_{(3)} = 14 \text{ J}$ , έχει:



α. κινητική από περιστροφή  $K_{\pi(3)} = 36 \text{ J}$  και κινητική από μεταφορά  $K_{\mu(3)} = 90 \text{ J}$

β. κινητική από περιστροφή  $K_{\pi(3)} = 34 \text{ J}$  και κινητική από μεταφορά  $K_{\mu(3)} = 92 \text{ J}$

γ. κινητική από περιστροφή  $K_{\pi(3)} = 38 \text{ J}$  και κινητική από μεταφορά  $K_{\mu(3)} = 88 \text{ J}$

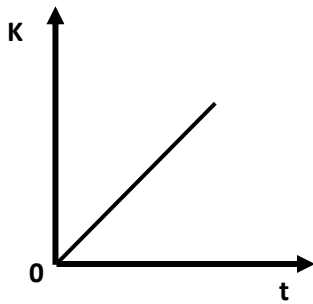
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

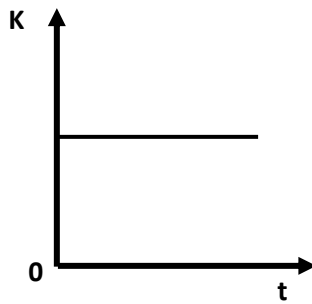
**4.Β.21.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2010] Τροχός αρχικά ακίνητος, αρχίζει ( $t=0$ ) και περιστρέφεται υπό την επίδραση σταθερής ροπής, γύρω από σταθερό άξονα, που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Η κινητική ενέργεια  $K$  του τροχού ως συνάρτηση του χρόνου απεικονίζεται στο σχήμα:

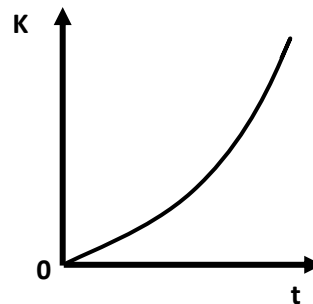
Σ, ΚΟΥΣΙΔΗΣ



(α)



(β)



(γ)

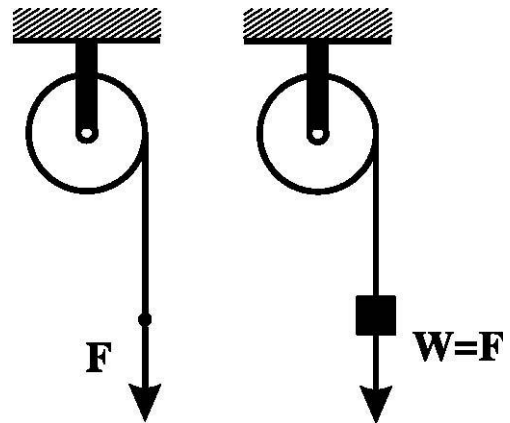
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (μονάδες 7)

Μονάδες 9

**4.Β.22.** [Ημερ+Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2011] Τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της. Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα.

Όταν στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκούμε κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου  $F$ , η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση μέτρου  $\alpha_{γων,1}$  ενώ, όταν κρεμάμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σώμα βάρους  $w = F$  η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση  $\alpha_{γων,2}$ . Ισχύει:



**α.**  $\alpha_{γων,1} = \alpha_{γων,2}$  , **β.**  $\alpha_{γων,1} > \alpha_{γων,2}$  , **γ.**  $\alpha_{γων,1} < \alpha_{γων,2}$  .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7)

Μονάδες 9

**4.Β.23.** [ΟΕΦΕ 2012]

Ομογενής δακτύλιος και ομογενής δίσκος, είναι αρχικά ακίνητοι και μπορούν να περιστρέφονται γύρω από σταθερό άξονα που περνά από το κέντρο τους και είναι κάθετος στο επίπεδό τους. Ασκούμε και στα δύο σώματα την ίδια σταθερή ροπή μέχρι να αποκτήσουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα περιστροφής. Αν  $\bar{P}_{\text{δακτυλίου}}$  η μέση ισχύς που καταναλώσαμε για την περιστροφή του δακτυλίου και  $\bar{P}_{\text{δίσκου}}$  η μέση ισχύς που καταναλώσαμε για την περιστροφή του δίσκου τότε:

**α.**  $\bar{P}_{\text{δακτυλίου}} > \bar{P}_{\text{δίσκου}}$  **β.**  $\bar{P}_{\text{δακτυλίου}} = \bar{P}_{\text{δίσκου}}$  **γ.**  $\bar{P}_{\text{δακτυλίου}} < \bar{P}_{\text{δίσκου}}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 5)

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

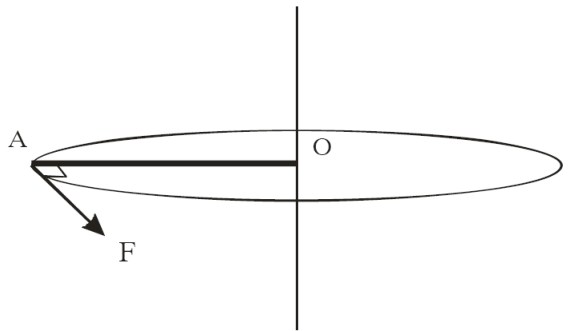
## ΘΕΜΑ Γ

**4.Γ.2.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2002] Οριζόντιος ομογενής και συμπαγής δίσκος, μάζας  $M = 3 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,2 \text{ m}$ , μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκούμε στο δίσκο δύναμη  $F$  σταθερού μέτρου  $3 \text{ N}$  που εφάπτεται στην περιφέρειά του, οπότε ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται. Κάποια χρονική στιγμή  $t_1$  ο δίσκος έχει κινητική ενέργεια  $K = 75 \text{ J}$ . Να υπολογίσετε:

- τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του. Μονάδες 5
- τη γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου. Μονάδες 7
- τη γωνιακή του ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Μονάδες 7
- τη ροπή αδράνειας του δίσκου, αν η περιστροφή του γινόταν γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνάει από το μέσο μιας ακτίνας του. Μονάδες 6

Η ροπή αδράνειας του παραπάνω δίσκου, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο του και διέρχεται από το κέντρο του, δίνεται από τη σχέση  $I_{cm} = \frac{1}{2} MR^2$ .

**4.Γ.3.** [Ημ. Λύκειο Επαυλ 2007] Η ράβδος  $OA$  του σχήματος με μήκος  $L = 1 \text{ m}$  και μάζα  $M = 6 \text{ kg}$  είναι οριζόντια και περιστρέφεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $F$  που έχει σταθερό μέτρο και είναι διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της  $A$ . Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το  $O$ .



Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστούν:

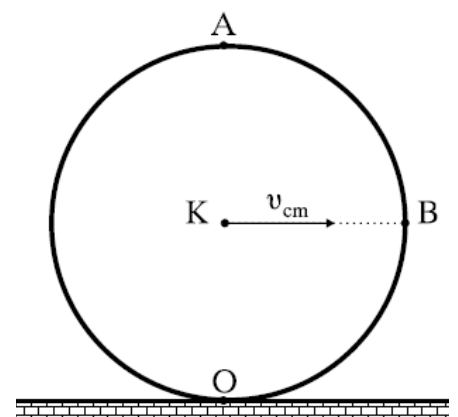
- Η τιμή της δύναμης  $F$ , αν γνωρίζουμε ότι το έργο που έχει προσφέρει η δύναμη στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής είναι  $30\pi \text{ J}$ . Μονάδες 6
- Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου. Μονάδες 7
- Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της πρώτης περιστροφής. Μονάδες 12

Δίνονται:  $\sqrt{30\pi} = 9,7$ . Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο  $I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$ .

**4.Γ.4.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2010] Κυκλική στεφάνη ακτίνας  $R = 0,2 \text{ m}$  και μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας  $K$  είναι  $v_{cm} = 10 \text{ m/s}$ . Η ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος προς το επίπεδο της είναι  $I_{cm} = mR^2$ .

$O$  είναι το κατώτατο και  $A$  το ανώτατο σημείο της στεφάνης. Η ευθεία  $KB$  είναι παράλληλη στο δάπεδο.

Να υπολογίσετε:



- Γ1. τα μέτρα των ταχυτήτων στα σημεία O, A και B της στεφάνης. Μονάδες 9  
 Γ2. τη γωνιακή ταχύτητα της στεφάνης. Μονάδες 4  
 Γ3. τη ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς το σημείο O. Μονάδες 5  
 Γ4. την κινητική ενέργεια της στεφάνης. Μονάδες 7

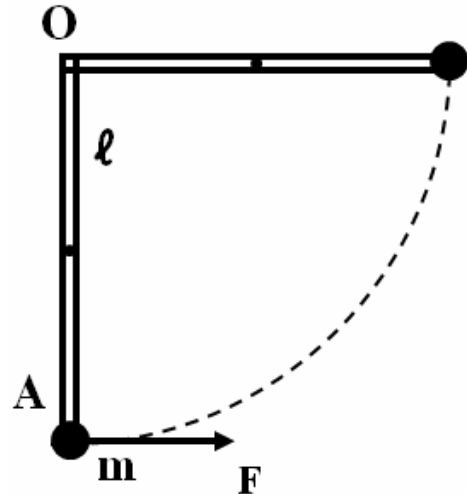
4.Γ.5. [Ημερ. Λόκειο Μά 2012] Ομογενής και ισοπαχής δοκός (OA), μάζας  $M = 6\text{kg}$  και μήκους  $\ell = 0,3\text{m}$ , μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της O. Στο άλλο της άκρο A υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας

$$m = \frac{M}{2}$$

Γ1. Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού-σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

**Μονάδες 6**

• Ασκούμε στο άκρο A δύναμη, σταθερού μέτρου  $F = \frac{120}{\pi}\text{N}$ , που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Γ2. Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση της. **Μονάδες 6**

Γ3. Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού-σφαίρας στην οριζόντια θέση. **Μονάδες 6**

• Επαναφέρουμε το σύστημα δοκού-σφαίρας στην αρχική κατακόρυφη θέση του. Ασκούμε στο άκρο A δύναμη, σταθερού μέτρου  $F' = 30\sqrt{3}\text{N}$ , που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό.

Γ4. Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφο τη στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται μέγιστη (για πρώτη φορά θα έπρεπε να λείει). **Μονάδες 7**

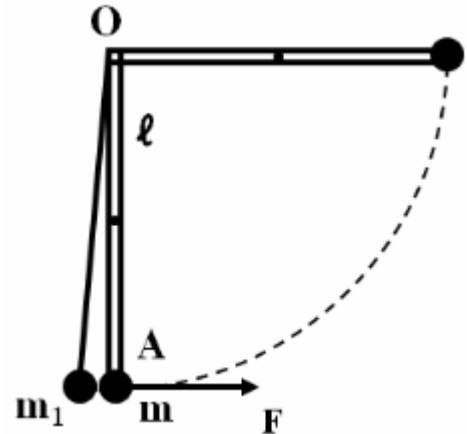
Δίνονται:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , ροπή αδράνειας ομογενούς δοκού μάζας M και μήκους  $\ell$ , ως προς

άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτήν  $I_{\text{CM}} = \frac{1}{12} M \ell^2$

$$, \eta\mu 60^\circ = \text{συν} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \eta\mu 30^\circ = \text{συν} 60^\circ = \frac{1}{2}.$$



**4.Γ.6.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2012] Ομογενής και ισοπαχής δοκός (ΟΑ), μάζας  $M=6 \text{ kg}$  και μήκους  $\ell = 0,3\text{m}$ , μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της Ο. Στο άλλο της άκρο Α υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας  $m = \frac{M}{2}$ .



**Γ1.** Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού - σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

**Μονάδες 6**

• Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου  $F = \frac{120}{\pi} \text{ N}$ , που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.

**Γ2.** Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση της. **Μονάδες 6**

**Γ3.** Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού- σφαίρας στην οριζόντια θέση. **Μονάδες 6**

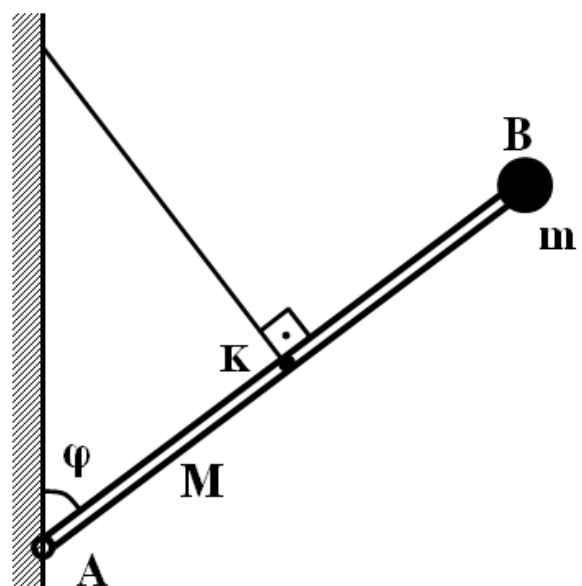
Η δοκός με τη μικρή σφαίρα αφήνεται ελεύθερη από την οριζόντια θέση της II, χωρίς αρχική γωνιακή ταχύτητα. Φτάνοντας στην κατακόρυφη θέση I, συγκρούεται με ακίνητο σφαιρίδιο, μάζας  $m_1 = \frac{M}{2}$ , που είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους  $\ell$  και το άλλο άκρο στερεωμένο στο Ο. Το σύστημα δοκού-σφαίρας μετά την κρούση παραμένει ακίνητο.

**Γ4.** Βρείτε την ταχύτητα της σφαίρας μάζας  $m_1$  αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 7**

Δίνονται:  $g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , ροπή αδράνειας ομογενούς δοκού μάζας M και μήκους  $\ell$ , ως προς

άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτήν  $I_{\text{CM}} = \frac{1}{12} M\ell^2$

**4.Γ.7.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2012] Μια ομογενής ράβδος AB που έχει μήκος  $\ell=3 \text{ m}$  και μάζα  $M=6 \text{ kg}$  έχει στο ένα άκρο της Β μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων μάζας  $m=1 \text{ kg}$ . Η ράβδος στηρίζεται με το άλλο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης. Η ράβδος συγκρατείται σε θέση ισορροπίας, σχηματίζοντας γωνία  $\varphi$  με την κατακόρυφο, με νήμα το οποίο είναι συνδεδεμένο στον τοίχο και στο μέσο (Κ) της ράβδου και είναι κάθετο σε αυτή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Να υπολογίσετε:

**Γ1.** Τη ροπή αδράνειας του συστήματος

ράβδου-σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετος στη ράβδο. **Μονάδες 5**

Γ2. Το μέτρο της τάσης του νήματος. **Μονάδες 7**

Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος, χωρίς τριβές.

Να υπολογίσετε:

Γ3. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα. **Μονάδες 6**

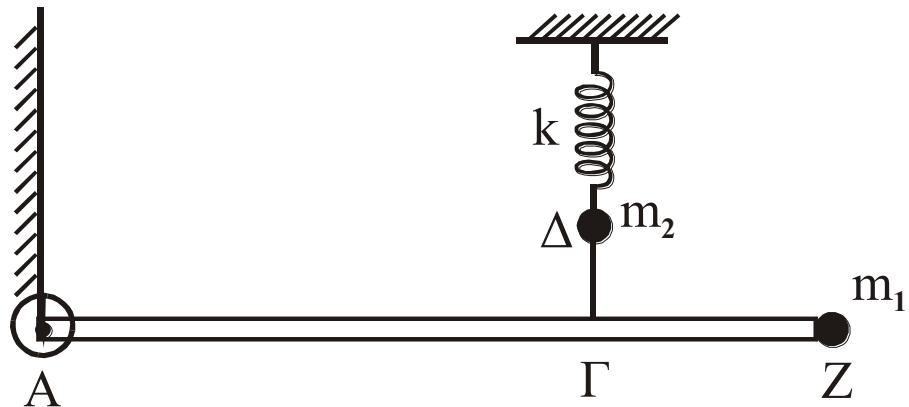
Γ4. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου B της ράβδου όταν αυτή γίνει οριζόντια για πρώτη φορά. **Μονάδες 7**

Δίνονται:  $\sin\phi=0,8$  ,  $\eta\mu\phi=0,6$  , η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής  $I_A=\frac{1}{3}M\ell^2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{ m/s}^2$ .

## ΘΕΜΑ Δ

4.Δ.1. [Εν. Λόκειο Μά 2003] Ομογενής άκαμπτη ράβδος AZ έχει μήκος  $L = 4\text{ m}$ , μάζα

$M = 3\text{ kg}$  και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της A υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Z υπάρχει



στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας  $m_1=0,6\text{ kg}$  και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τετατωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας  $m_2 = 1\text{ kg}$ , το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100\text{ N/m}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με  $2,8\text{ m}$ . Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.

A. Να υπολογίσετε:

A.1 τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου - σφαιριδίου  $m_1$  ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης. **Μονάδες 6**

A.2 το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ. **Μονάδες 6**

**B.** Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο  $m_2$  εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα  $m_1$ , υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο Α. Να υπολογίσετε:

**B.1** το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο  $m_2$  από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά

Μονάδες 6

**B.2** το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Ζ, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.

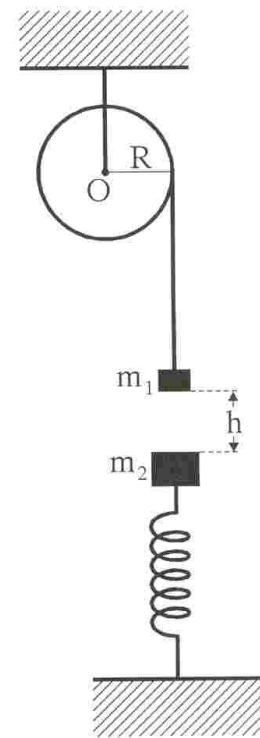
Μονάδες 7

Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της:

$$I_{CM} = \frac{1}{12} ML^2, \quad \pi = 3,14.$$

**4.Δ.2.** [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2004] Η ομογενής τροχαλία του σχήματος ακτίνας  $R = 0,2 \text{ m}$

και μάζας  $M = 3 \text{ kg}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο της  $O$  και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος το οποίο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας. Αρχικά το σύστημα είναι ακίνητο. Κάτω από το σώμα  $\Sigma_1$  και σε απόσταση  $h$  βρίσκεται σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$  το οποίο ισορροπεί στερεωμένο στη μία άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 200 \text{ N/m}$  η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα τροχαλίας - σώματος  $\Sigma_1$  να κινηθεί. Μετά από χρόνο  $t = 1 \text{ s}$  το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$ , ενώ το νήμα κόβεται. Το συσσωμάτωμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση στην κατακόρυφη διεύθυνση. Να υπολογίσετε:



**α.** το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα  $\Sigma_1$  μέχρι την κρούση.

Μονάδες 6

**β.** την κινητική ενέργεια της τροχαλίας μετά την κρούση

Μονάδες 6

**γ.** το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 6

**δ.** το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος, τη στιγμή που απέχει από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης απόσταση  $x = 0,1 \text{ m}$ .

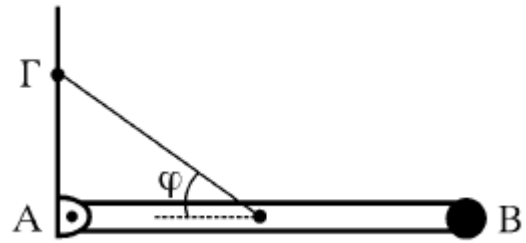
Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της

$$I = \frac{1}{2} MR^2 \text{ και η επιτάχυνση της βαρύτητας } g = 10 \text{ m/s}^2.$$

**4.Δ.3.** [Εσπερ. Λύκειο Μα 2005] Μια ομογενής ράβδος AB που έχει μήκος  $l = 1 \text{ m}$  και μάζα  $M = 6 \text{ kg}$ , έχει στο άκρο της B μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων με μάζα  $m = 2 \text{ kg}$ . Η ράβδος στηρίζεται με το άκρο της A μέσω άρθρωσης και αρχικά διατηρείται οριζόντια με τη βοήθεια νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο στο μέσο της ράβδου και το άλλο στον κατακόρυφο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η διεύθυνση του νήματος σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$  με τη διεύθυνση της ράβδου στην οριζόντια θέση ισορροπίας.



**A.** Να υπολογίσετε:

**A.1.** Το μέτρο της τάσης του νήματος.

Μονάδες 6

**A.2.** Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου - σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το A και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος. Μονάδες 5

**B.** Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα που είναι στερεωμένο στο άκρο της, αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος. Θεωρώντας τις τριβές αμελητέες να υπολογίσετε το μέτρο:

**B.1.** της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος ράβδου - σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής, μόλις κόβεται το νήμα.

Μονάδες 7

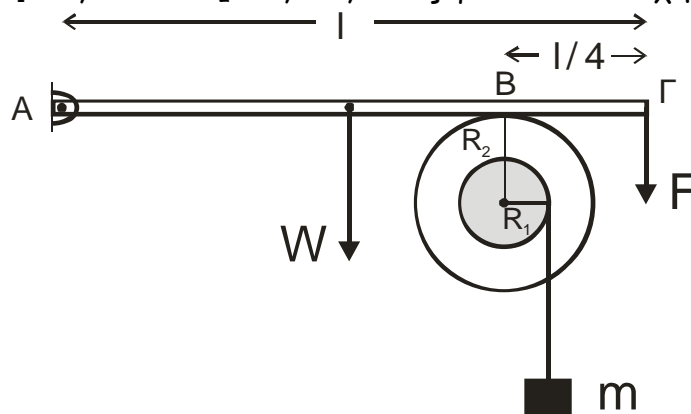
**B.2.** της ταχύτητας του σώματος στο άκρο της ράβδου, όταν αυτή φτάνει στην κατακόρυφη θέση.

Μονάδες 7

Δίνονται: Για τη ράβδο η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής της:  $I_{cm} = \frac{1}{12} M l^2$

Η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.Δ.4.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2006] Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος  $l$  και μάζα  $M = 3 \text{ kg}$  έχει το άκρο της A αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη  $F$  μέτρου  $9 \text{ N}$ , με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R_1 = 0,1 \text{ m}$  και  $R_2 = 0,2 \text{ m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι  $\frac{\ell}{4}$ . Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι  $I = 0,09 \text{ kgm}^2$ . Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας  $R_1$  είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ .

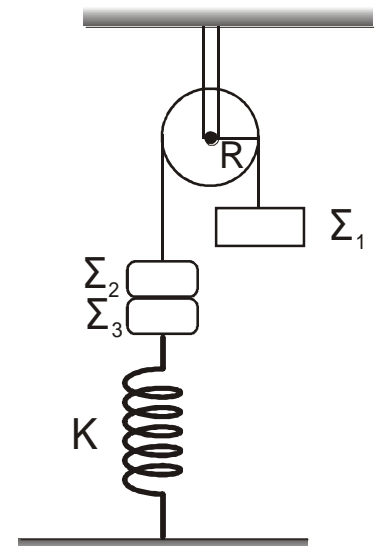
- Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό. Μονάδες 6
- Αν το σώμα μάζας  $m$  ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού. Μονάδες 6
- Στο σημείο επαφής Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m$ , όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους  $0,5 \text{ m}$ . Να θεωρήσετε ότι το νήμα ξετυλιγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο. Μονάδες 6
- Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους  $0,5 \text{ m}$ . Μονάδες 7  
Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.Δ.5.** [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2006] Τροχαλία μάζας  $M = 6 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,25 \text{ m}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της.

Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1 = 4 \text{ kg}$  και  $m_2 = 1 \text{ kg}$  αντίστοιχα. Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι κολλημένο με σώμα  $\Sigma_3$  μάζας  $m_3 = 1 \text{ kg}$ , το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $K = 100 \text{ N/m}$ . Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.

Κάποια χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή μηδέν ( $t_0 = 0$ ), τα σώματα  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  αποκολλώνται και το  $\Sigma_3$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διεύθυνση της κατακόρυφου.

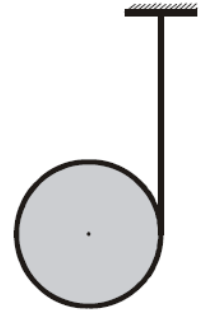
- Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_3$ . Μονάδες 6
- Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος  $\Sigma_3$  σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά, τη φορά προς τα επάνω. Μονάδες 6
- Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας μετά την αποκόλληση των σωμάτων  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$ . Μονάδες 6



δ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή  $t = 0,1 \text{ s}$ . Μονάδες 7

Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I = \frac{1}{2}MR^2$ , η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

4.Δ.6. [Εσπ. Λύκειο Μα 2007] Στο γιογιό του σχήματος που έχει μάζα  $M = 6 \text{ kg}$  και ακτίνα  $R = 0,1 \text{ m}$ , έχει τυλιχτεί πολλές φορές γύρω του λεπτό αβαρές νήμα. Με σταθερό το ένα άκρο του νήματος αφήνουμε το γιογιό να κατεβαίνει. Όταν αυτό έχει κατέβει κατά  $h = \frac{5}{3} \text{ m}$  αποκτά μεταφορική ταχύτητα  $v_{cm} = 5 \text{ m/s}$ . Να βρείτε:



Μονάδες 6

Α. Τη μεταφορική επιτάχυνση του κέντρου μάζας του σώματος. Μονάδες 6

Β. Τη γωνιακή επιτάχυνση του σώματος και την τάση του νήματος.  
Γ. Το λόγο της στροφικής κινητικής ενέργειας προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του σώματος, χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας του γιογιό.

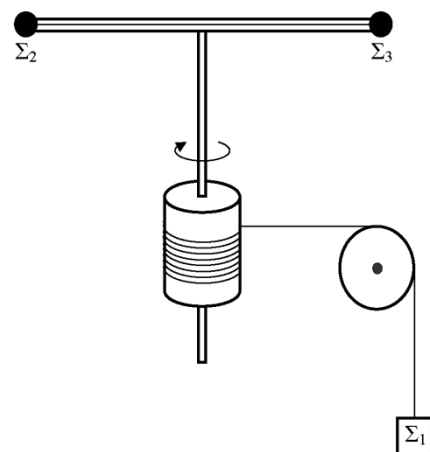
Μονάδες 7

Δ. Τη σχέση που περιγράφει πώς μεταβάλλεται η στροφική κινητική ενέργεια του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Μονάδες 6

Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

4.Δ.7. [ΟΕΦΕ 2007] Σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 2 \text{ kg}$ , μπορεί να κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω έτσι ώστε μέσω της τροχαλίας, μάζας  $m = 2 \text{ kg}$ , να ξετυλίγεται το σχοινί που είναι τυλιγμένο γύρω από τον κύλινδρο του σχήματος, ακτίνας  $R = 0,2 \text{ m}$  που μπορεί να περιστρέφεται με τον άξονα του κατακόρυφο. Κατακόρυφη αβαρής ράβδος, αμελητέας ακτίνας διέρχεται από τον άξονα του κυλίνδρου και στο επάνω άκρο της στερεώνεται από το μέσο της δεύτερη οριζόντια αβαρής ράβδος, μήκους  $L=1 \text{ m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Δύο μικροί δακτύλιοι  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$ , με αμελητέες διαστάσεις και ίσες μάζες  $m_2 = m_3 = 0,025 \text{ kg}$ , βρίσκονται στα άκρα της οριζόντιας ράβδου και συνδέονται μεταξύ τους μέσω αβαρούς νήματος με όριο θραύσης  $T_{\theta\rho} = 25 \text{ N}$ . Το όλο σύστημα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές σαν ενιαίο σώμα γύρω από άξονα που έχει τη διεύθυνση της κατακόρυφης ράβδου. Το νήμα που συνδέει τους δακτυλίους και το σχοινί που συνδέει το σώμα  $\Sigma_1$  με τον κύλινδρο παραμένουν διαρκώς τεντωμένα. Η τριβή ανάμεσα στη τροχαλία και το σχοινί είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση. Να βρεθούν:



α) η τάση του νήματος που ασκείται στο σώμα  $\Sigma_1$  αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση του είναι  $a = 4 \text{ m/s}^2$

β) η συχνότητα περιστροφής των δακτυλίων  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  μετά από χρονικό διάστημα  $1,5\pi$  s από την έναρξη της περιστροφής τους.

γ) η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του συστήματος.

δ) η γωνία περιστροφής του κυλίνδρου από την έναρξη της περιστροφής του συστήματος μέχρι την στιγμή που το νήμα που συνδέει τους δακτυλίους είναι έτοιμο να κοπεί.

Η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και έχει ροπή αδράνειας  $I = \frac{1}{2} mR_1^2$  όπου  $R_1$  η ακτίνα της τροχαλίας. Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.Δ.8.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2010] Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας  $m = 2\text{kg}$  και ακτίνας  $r = 1\text{m}$ . Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\varphi = 30^\circ$  ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση  $x=2 \text{ m}$  σε χρόνο  $t=1 \text{ s}$ .

**Δ1.** Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Μονάδες 7

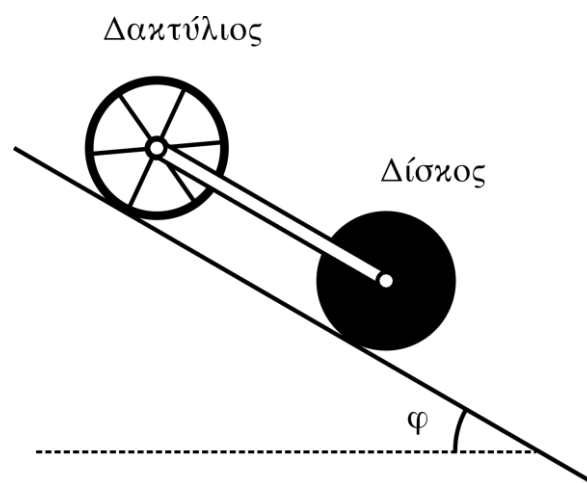
**Δ2.** Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας  $M$  και ίδιας ακτίνας  $R$ . Η ροπή αδράνειας του δίσκου

είναι  $I_1 = \frac{1}{2} MR^2$  και του δακτυλίου  $I_2 = MR^2$  ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους.

Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Μονάδες 4

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών όπως φαίνεται και στο σχήμα με ράβδο αμελητέας μάζας η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλιέται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.



**Δ3.** Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών  $K_1/K_2$  όπου  $K_1$  η κινητική ενέργεια του δίσκου και  $K_2$  η κινητική ενέργεια του δακτυλίου. Μονάδες 6

**Δ4.** Αν η μάζα κάθε στερεού είναι  $M = 1,4\text{kg}$ , να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα.

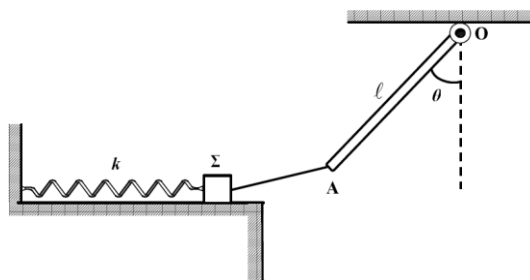
Μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και σχεδιάστε τις πιο πάνω δυνάμεις.

Να μην χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ που βρίσκεται στο τέλος του τετραδίου.

Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ .

Μονάδες 8

**4.Δ.9.** [ΟΕΦΕ 2010] Σώμα  $\Sigma$ , μικρών διαστάσεων και με μάζα  $m = 1\text{ kg}$ , ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζώντιου ελατηρίου και στο άκρο μη εκτατού νήματος αμελητέας μάζας, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το οριζόντιο ελατήριο έχει σταθερά  $k = 100\text{ N/m}$  και το άλλο άκρο του είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Ταυτόχρονα το νήμα είναι στερεωμένο στο άκρο  $A$  ομογενούς και ισοπαχούς ράβδου  $OA$ , μάζας  $0,4\text{ kg}$  και μήκους  $0,5\text{ m}$ . Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο και γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το άκρο της  $O$ . Η ράβδος ισορροπεί σχηματίζοντας με την κατακόρυφο γωνία  $\theta$ , με  $\eta\mu\theta = 0,8$  και  $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,6$ , ενώ το ελατήριο στην παραπάνω θέση έχει δυναμική ενέργεια  $U = 0,32\text{ J}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  κόβουμε το νήμα και το σύστημα ελατήριο - σώμα  $\Sigma$  αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με  $D = k$ , ενώ η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται. Θεωρώντας ως δεδομένο ότι πριν κόψουμε το νήμα όλα τα σώματα της διάταξης βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και ότι το σώμα  $\Sigma$  διατηρεί συνεχώς επαφή με το οριζόντιο επίπεδο, να απαντήσετε στα επόμενα ερωτήματα:

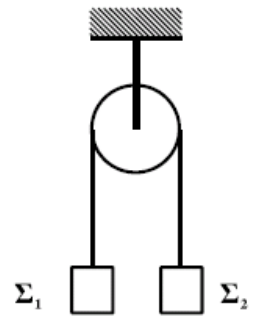


α. Να γράψετε τη σχέση της απομάκρυνσης του σώματος  $\Sigma$  σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά.  
 β. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του ελεύθερου άκρου  $A$  της ράβδου, όταν αυτή διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.  
 γ. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma$  τη χρονική στιγμή κατά την οποία η κινητική και η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης θα γίνουν ίσες για πρώτη φορά.  
 δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος πριν κόψουμε το νήμα.

Δίνεται: η ροπή αδράνειας ομογενούς ράβδου ως προς άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στο επίπεδο περιστροφής της:  $I_{cm} = \frac{1}{12} M\ell^2$ ,  $g = 10\text{ m/s}^2$ .



**4.Δ.10.** [Εσπερ. Λύκειο. 2011] Η τροχαλία του σχήματος είναι ομογενής με μάζα  $m = 4\text{ kg}$  και ακτίνα  $R = 0,5\text{ m}$ . Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έχουν μάζες  $m_1 = 2\text{ kg}$  και  $m_2 = 1\text{ kg}$  αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα στο ίδιο ύψος. Κάποια στιγμή ( $t_0 = 0$ ) αφήνονται ελεύθερα. Να βρείτε:



**Δ1.** Το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσουν τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ . Μονάδες 7

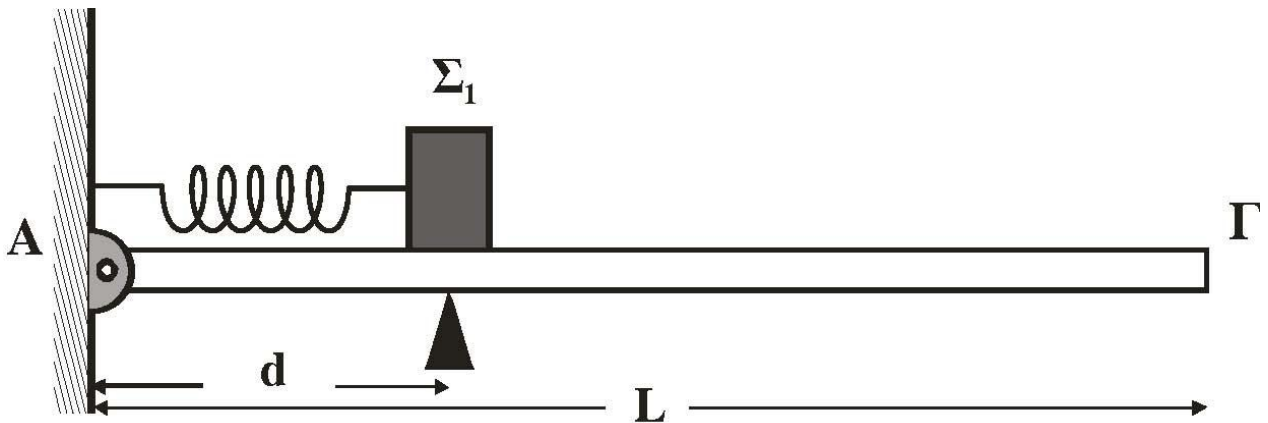
**Δ2.** Τα μέτρα των τάσεων των νημάτων. Μονάδες 4

**Δ3.** Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας τη στιγμή  $t=2\text{ s}$ . Μονάδες 6

**Δ4.** Την κινητική ενέργεια του συστήματος, τη στιγμή που το κάθε σώμα έχει μετατοπιστεί κατά  $h = 3\text{ m}$ . Μονάδες 8

Δίνεται:  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της  $I = \frac{1}{2} mR^2$ . Τα νήματα δεν ολισθαίνουν στην τροχαλία.

**4.Δ.11.** [Ημερ. + Εσπ. Λύκειο Επαναλ. 2011] Λεία οριζόντια σανίδα μήκους  $L = 3\text{ m}$  και μάζας  $M = 0,4\text{ kg}$  αρθρώνεται στο άκρο της  $A$  σε κατακόρυφο τοίχο. Σε απόσταση  $d = 1\text{ m}$  από



τον τοίχο, η σανίδα στηρίζεται ώστε να διατηρείται οριζόντια. Ιδανικό αβαρές ελατήριο σταθεράς  $K = 100\text{ N/m}$  συνδέεται με το ένα άκρο του στον τοίχο και το άλλο σε σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1\text{ kg}$ . Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ο άξονάς του είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος  $\Sigma_1$ .

Το κέντρο μάζας του σώματος  $\Sigma_1$  βρίσκεται σε απόσταση  $d$  από τον τοίχο. Στη συνέχεια, ασκούμε στο σώμα  $\Sigma_1$  σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 40\text{ N}$  με κατεύθυνση προς το άλλο άκρο  $\Gamma$  της σανίδας. Όταν το σώμα  $\Sigma_1$  διανύσει απόσταση  $s = 5\text{ cm}$ , η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα και, στη συνέχεια, το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

**Δ1.** Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα  $\Sigma_1$ . Μονάδες 5

**Δ2.** Να εκφράσετε το μέτρο της δύναμης  $F_A$  που δέχεται η σανίδα από τον τοίχο σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma_1$  και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση. Για το σχεδιασμό της γραφικής παράστασης να χρησιμοποιηθεί χαρτί μιλιμετρέ. Μονάδες 7

Κατά μήκος της σανίδας από το άκρο Γ κινείται σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1\text{kg}$  με ταχύτητα  $v_2 = 2\sqrt{3}\text{ m/s}$ . Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, όταν η απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma_1$  είναι  $x_1$ , όπου  $x_1 \geq 0$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  μετά την κρούση ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

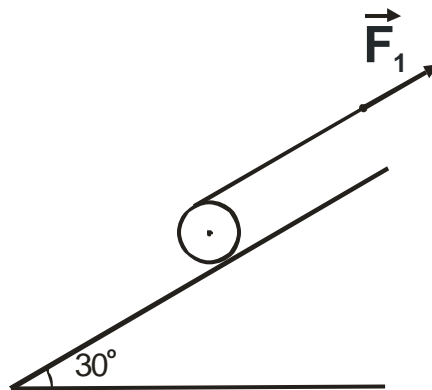
**Δ3.** Να βρείτε την απομάκρυνση  $x_1$ . Μονάδες 6

**Δ4.** (Ημερησίων) Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά. Μονάδες 7

**Δ4.** (Εσπερινών) Να βρείτε το πλάτος της νέας ταλάντωσης που θα κάνει το  $\Sigma_1$ .

Θεωρούμε θετική τη φορά της απομάκρυνσης προς το Γ. Τριβές στην άρθρωση και στο υποστήριγμα δεν υπάρχουν. Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**4.Δ.12.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2011] Ομογενής δίσκος μάζας  $m=4\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,1\text{m}$  είναι ακίνητος πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi=30^\circ$  με τον άξονά του οριζόντιο. Γύρω από το δίσκο είναι τυλιγμένο λεπτό, αβαρές και μη ελαστικό νήμα. Στην ελεύθερη άκρη του νήματος ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου  $F_1$  με διεύθυνση παράλληλη προς την επιφάνεια του πλάγιου επιπέδου και με φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα.



**Δ1.** Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο δίσκος από το πλάγιο επίπεδο. Μονάδες 6

Αντικαθιστούμε τη δύναμη  $F_1$  με δύναμη  $F_2$  ίδιας κατεύθυνσης με την  $F_1$  και μέτρου  $F_2=7\text{ N}$ , με αποτέλεσμα ο δίσκος να αρχίσει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει προς τα κάτω. Το νήμα τυλίγεται γύρω από το δίσκο χωρίς να ολισθαίνει.

**Δ2.** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς και τη νέα τιμή της στατικής τριβής. Μονάδες 7

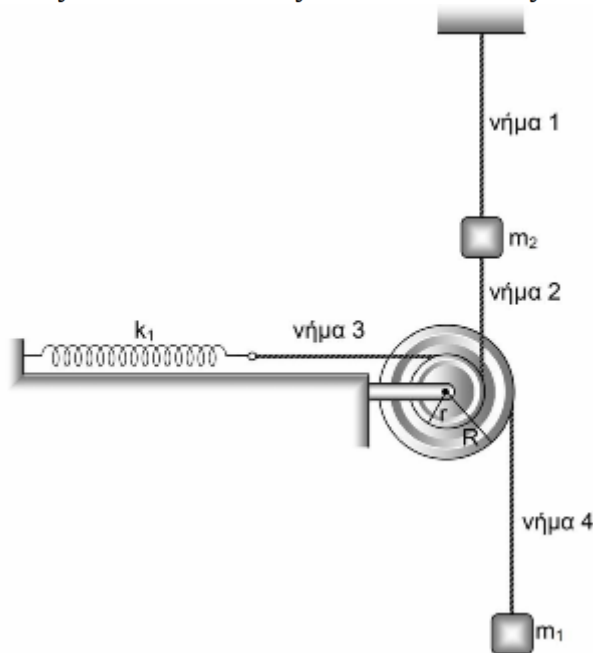
**Δ3.** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σημείου εφαρμογής της  $F_2$  τη χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία ο δίσκος έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου  $\omega_1=10\text{ rad/s}$ . Μονάδες 5

**Δ4.** Να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε το κέντρο μάζας του δίσκου από τη στιγμή που άρχισε να κινείται μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Μονάδες 7

Δίνονται:  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ , η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του  $I = \frac{1}{2} mR^2$ .

**4.Δ.13.** [ΟΕΦΕ 2012]

Στο σχήμα φαίνεται μια διπλή τροχαλία που αποτελείται από δύο ομόκεντρους ομογενείς δίσκους με ακτίνες  $r = 0,1\text{m}$  και  $R = 0,2\text{m}$  και μάζες  $m = 2\text{kg}$  και  $M = 4\text{kg}$  αντίστοιχα. Οι δύο δίσκοι συνδέονται μεταξύ τους έτσι ώστε να περιστρέφονται ως ένα σώμα, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο τους και είναι κάθετος στο επίπεδό τους.



Στο αυλάκι του μεγάλου δίσκου της τροχαλίας έχουμε τυλίξει αβαρές και μη εκτατό νήμα (4), στο ελεύθερο άκρο του οποίου έχουμε δέσει σώμα μάζας  $m_1 = 1\text{kg}$ .

Στο αυλάκι του μικρού δίσκου της τροχαλίας έχουμε τυλίξει δύο αβαρή και μη εκτατά νήματα (3) και (2). Στο ελεύθερο άκρο του οριζόντιου νήματος (3) έχουμε δέσει το ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k_1 = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  του οποίου το άλλο

άκρο είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Στο ελεύθερο άκρο του κατακόρυφου νήματος (2) έχουμε δέσει σώμα μάζας  $m_2 = 0,5\text{kg}$  το οποίο είναι δεμένο και με αβαρές ελαστικό κατακόρυφο νήμα (1) από σταθερό σημείο της οροφής. Το μέτρο  $F$  της δύναμης που ασκεί το ελαστικό νήμα (1) είναι ανάλογο της επιμήκυνσής του  $\Delta\ell$  σύμφωνα με τη σχέση  $F = 100 \cdot \Delta\ell$  (SI).

Το σύστημα ισορροπεί με το νήμα (1) να είναι επιμηκυνμένο κατά  $\Delta\ell = 0,2\text{m}$ .

**Δ1.** Να βρείτε την παραμόρφωση του ελατηρίου.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα (2). Να υπολογίσετε:

**Δ2.** Τη γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος (2).

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

Δ3. Τη μέγιστη τιμή της κινητικής ενέργειας του συστήματος (τροχαλία – μάζα  $m_1$ ).

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Δ4. Το διάστημα που θα διανύσει το σώμα μάζας  $m_1$  μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του για πρώτη φορά μετά το κόψιμο του νήματος (2).

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Δ5. Το διάστημα που θα διανύσει το σώμα μάζας  $m_2$  μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του για πρώτη φορά μετά το κόψιμο του νήματος (2).

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας των δίσκων ως προς τον άξονα περιστροφής τους υπολογίζεται από τις σχέσεις  $I_1 = \frac{1}{2} m r^2$ ,  $I_2 = \frac{1}{2} M R^2$ , η επιτάχυνση της βαρύτητας ισούται με  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ , και τα νήματα δεν ολισθαίνουν στην τροχαλία.

## • ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ

### • ΘΕΜΑ Α

#### **ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ**

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

4. Α. 55. [Εσπερ. Λύκειο Μά 2003] Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι

α.  $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ .

β.  $1 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ .

γ.  $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

δ.  $1 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}$ .

4. Α. 56. [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2004] Εάν η στροφορμή ενός σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή πάνω στο σώμα

α. είναι ίση με το μηδέν.

β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

γ. αυξάνεται με το χρόνο.

δ. μειώνεται με το χρόνο.

4. Α. 57. [Εσπερ. Λύκειο Μά 2005] Άνθρωπος βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια και κοντά στο κέντρο οριζόντιου δίσκου που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_1$  γύρω από άξονα κάθετο στο κέντρο του. Αν ο άνθρωπος μετακινηθεί στην περιφέρεια του δίσκου, τότε η γωνιακή του ταχύτητα  $\omega_2$  θα είναι:

α.  $\omega_2 = \omega_1$ .

β.  $\omega_2 > \omega_1$ .

γ.  $\omega_2 < \omega_1$ .

δ.  $\omega_2 = 0$ .

4. Α. 58. [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2005] Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής στο σύστημα S.I. είναι

α.  $1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

β.  $1 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

γ.  $1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

δ.  $1 \text{ J} \cdot \text{s}$

**4.A.59.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2005] Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή. Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο

- α. δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.
- β. δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονά της.
- γ. έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.
- δ. έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

**4.A.60.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2005] Όταν ο Ήλιος μας καταλήξει κάποτε σ' έναν λευκό νάνο, η ακτίνα του θα μικρύνει περίπου κατά 100 φορές. Η περίοδος της περιστροφής περί τον άξονά του ( που είναι σήμερα γύρω στον ένα μήνα ) : ( Δίνεται η ροπή αδράνειας σφαίρας μάζας  $m$  και ακτίνας  $R$  ως προς τον άξονά της  $I_{\sigma\phi} = 2/5 mR^2$  . )

- α. θα γίνει  $\cong 100$  φορές μικρότερη
- β. θα γίνει  $\cong 1000$  φορές μικρότερη
- γ. θα γίνει  $\cong 10000$  φορές μικρότερη
- δ. θα παραμείνει αμετάβλητη

**4.A.61.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2006] Μία σφαίρα κυλίνεται χωρίς ολίσθηση κινούμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου (αρχικά ανέρχεται και στη συνέχεια κατέρχεται).

- α. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται.
- β. Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή.
- γ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης μεταβάλλεται.
- δ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας παραμένει σταθερή.

**4.A.62.** [ΟΕΦΕ 2009] Σώμα περιστρέφεται περί σταθερό άξονα έχοντας στροφορμή μέτρου  $L$ . Ασκούμε σ' αυτό ροπή δύναμης μέτρου  $\tau_F$  που το επιβραδύνει με σταθερή γωνιακή επιβράδυνση. Ο χρόνος που χρειάζεται για να σταματήσει το σώμα είναι:

- α.  $t = \frac{L}{\tau_F}$
- β.  $t = L \cdot \tau_F$
- γ.  $t = \frac{\tau_F}{L}$
- δ.  $t = \frac{L^2}{\tau_F}$

**4.A.63.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Ένας ομογενής οριζόντιος δίσκος  $A$  περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  γύρω από τον άξονά του που περνάει από το κέντρο μάζας του. Δύο δίσκοι  $B$  και  $\Gamma$  πανομοιότυποι με τον  $A$  αρχικά σε ηρεμία αφήνονται να πέσουν πάνω στον περιστρεφόμενο δίσκο  $A$ . Η τελική γωνιακή ταχύτητα με την οποία θα περιστρέφεται το σύστημα των τριών δίσκων θα είναι :

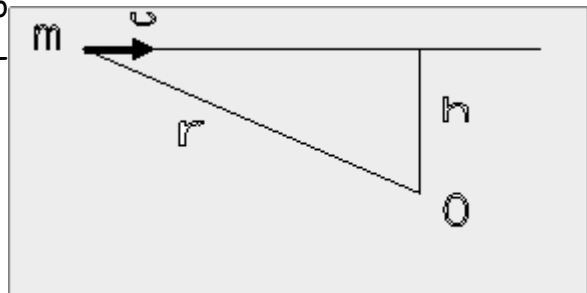
- α.  $\omega$
- β.  $\omega/2$
- γ.  $\omega/3$
- δ.  $3\omega/2$

**4.A.64.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Ένα σκαθάρι αρχικά βρίσκεται στην περιφέρεια ενός οριζόντιου περιστρεφόμενου (χωρίς τριβές) δίσκου γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του δίσκου,  $O$ . Το σκαθάρι αρχίζει να πλησιάζει τον άξονα περιστροφής κατά μήκος μιας ακτίνας του δίσκου. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή:

- α. Η στροφορμή του συστήματος καθώς και η κινητική του ενέργεια διατηρούνται σταθερές.

- β. Η στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή, ενώ η κινητική του ενέργεια συνεχώς αυξάνει.
- γ. Η στροφορμή του συστήματος μειώνεται ενώ η κινητική του ενέργεια παραμένει σταθερή.
- δ. Η στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή ενώ η κινητική του ενέργεια συνεχώς μειώνεται.

**4.A.65.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Σωματίδιο μάζας  $m$  κινείται με ταχύτητα  $\mathbf{U}$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν  $\mathbf{u} = |\mathbf{U}|$  και  $\mathbf{r} = |\mathbf{r}|$ , το μέτρο της στροφορμής  $L = |\mathbf{L}|$ , του σωματιδίου ως προς το σημείο  $O$  είναι :

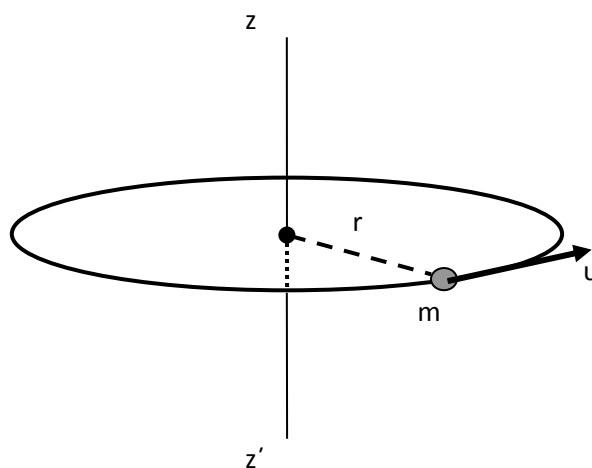


- α.  $L = 0$ .
- β.  $L = muh$ .
- γ.  $L = mur$ .
- δ.  $L = mur^2$ .

**4.A.66.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2010] Το μέτρο της στροφορμής  $L$  ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από άξονα με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  και ροπή αδράνειας  $I$ , ως προς τον ίδιο άξονα περιστροφής, είναι

- α.  $I^2\omega$
- β.  $I\omega$
- γ.  $I\omega^2$
- δ.  $\sqrt{I\omega}$

**4.A.67.** [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2010] Υλικό σημείο μάζας  $m$  και ταχύτητας  $u$  κινείται σε περιφέρεια οριζώντιου κύκλου ακτίνας  $r$ , όπως στο σχήμα:



Η στροφορμή του υλικού σημείου ως προς τον άξονα  $zz'$ , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι κάθετος στο επίπεδό της

- α. είναι μονόμετρο μέγεθος.
- β. έχει μέτρο  $mur$ .
- γ. είναι διάνυσμα και έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα  $zz'$ .
- δ. έχει μονάδα το  $kg \cdot m$ .

**4.Α.68.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2012] Αν έλιωναν οι πολικοί πάγοι και ανέβαινε λίγο η στάθμη της θάλασσας, τότε

- α. η στροφορμή της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής της θα αυξηθεί, ενώ η ροπή αδράνειας της ως προς τον ίδιο άξονα θα παραμείνει σταθερή.
- β. η στροφορμή της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής της θα παραμείνει σταθερή, ενώ η ροπή αδράνειας της ως προς τον ίδιο άξονα θα αυξηθεί.
- γ. η στροφορμή της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής της θα παραμείνει σταθερή, ενώ η ροπή αδράνειας της ως προς τον ίδιο άξονα θα μειωθεί.
- δ. η στροφορμή της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής της θα μειωθεί, ενώ η ροπή αδράνειας της ως προς τον ίδιο άξονα θα παραμείνει σταθερή.

### **ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ**

**4.Α.69.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2002] Να γράψετε στο τετράδιό σας τα φυσικά μεγέθη από τη Στήλη I και δίπλα σε καθένα, τη μονάδα της Στήλης II που αντιστοιχεί σ' αυτό.

Στήλη I	Στήλη II
Ροπή αδράνειας I σώματος ως προς άξονα	N·m
Στροφορμή L στερεού σώματος	rad/s
Γωνιακή ταχύτητα $\omega$	kg·m <sup>2</sup>
Ροπή δύναμης τ ως προς άξονα	F
Συχνότητα f περιοδικού φαινομένου	kg · $\frac{m^2}{s}$
	Hz

**4.Α.70.** [Εν. Λύκειο Μά 2002] Το αλγεβρικό άθροισμα των ..... που δρουν σ' ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του.

4. Α. 71. [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2002] Να γράψετε στο τετράδιό σας τα φυσικά μεγέθη από τη Στήλη Ι και δίπλα σε καθένα τη μονάδα της Στήλης ΙΙ που αντιστοιχεί σ' αυτό.

Στήλη Ι	Στήλη ΙΙ
Μήκος κύματος	rad/s <sup>2</sup>
Γωνιακή επιτάχυνση	N·m
Ροπή δύναμης	m
Ορμή	kg·m/s <sup>2</sup>
Στροφορμή	kg·m/s
	m/s

4. Α. 72. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η μεταβολή της ολικής στροφορμής του συστήματος είναι .....

4. Α. 73. [Εσπ. Λύκειο Μα 2004] Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Φυσικό μέγεθος	Μέγεθος*	Μονάδες
Ροπή δύναμης ως προς σημείο.		N·m
Στροφορμή σώματος.		
Γωνιακή ταχύτητα.	Διανυσματικό	
Ροπή αδράνειας ως προς άξονα.		kg· m <sup>2</sup>

\* Να γράψετε μία από τις λέξεις μονόμετρο ή διανυσματικό.



**4.Α.74.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2006] Στον παρακάτω πίνακα, στη **Στήλη Ι**, αναφέρονται διάφορα φυσικά μεγέθη, ενώ στη **Στήλη ΙΙ** αναφέρονται μονάδες μέτρησης των μεγεθών στο *S.I.* Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς της **Στήλης Ι** και ακριβώς δίπλα σε κάθε αριθμό ένα γράμμα από τη **Στήλη ΙΙ**, ώστε να δημιουργείται σωστή αντιστοίχιση. (ένα δεδομένο της **Στήλης ΙΙ** περισσεύει).

Στήλη Ι	Στήλη ΙΙ
1. Ροπή αδράνειας	α. rad/s
2. Στροφορμή	β. N·m
3. Γωνιακή ταχύτητα	γ. kg m <sup>2</sup>
4. Ροπή δύναμης	δ. m/s
5. Ένταση ηλεκτρικού πεδίου	ε. V/m
	στ. kg·m <sup>2</sup> /s

### **ΞΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ**

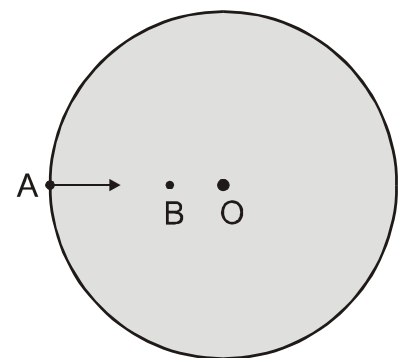
Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

- 4.Α.75.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2002] Όταν ένας ακροβάτης που περιστρέφεται στον αέρα ανοίξει τα άκρα του, αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.
- 4.Α.76.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2003] Αν η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν.
- 4.Α.77.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2003] Η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, αν το αλγεβρικό άθροισμα ροπών των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι διάφορο του μηδενός.
- 4.Α.78.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2005] Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπύσσει τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.
- 4.Α.79.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2006] Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν η ολική στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.
- 4.Α.80.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2007] Αν η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται σε ένα σύστημα σωμάτων είναι ίση με μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος μεταβάλλεται.
- 4.Α.81.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2008] Όταν μια χορεύτρια καλλιτεχνικού πατινάζ, που περιστρέφεται, θέλει να περιστραφεί γρηγορότερα συμπύσσει τα χέρια της.
- 4.Α.82.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2008] Η Γη έχει στροφορμή λόγω της κίνησής της γύρω από τον ήλιο.

- 4. A. 83.** [ΟΕΦΕ 2008] Η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής των αστέρων νετρονίων (pulsars), αυξάνεται στα τελευταία στάδια της ζωής τους.
- 4. A. 84.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2009] Η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής στο σύστημα SI είναι το  $1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$ .
- 4. A. 85.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2009] Η στροφορμή είναι μονόμετρο μέγεθος.
- 4. A. 86.** [ΟΕΦΕ 2009] Για ένα στερεό, που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, η στροφορμή του είναι ανάλογη της κινητικής του ενέργειας.
- 4. A. 87.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2010] Όταν ένας αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας, η γωνιακή ταχύτητά του λόγω ιδιοπεριστροφής αυξάνεται.
- 4. A. 88.** [ΟΕΦΕ 2010] Χορεύτρια που περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της, εκτείνοντας οριζόντια τα χέρια της μειώνει τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της.
- 4. A. 89.** [Ημερ+Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2011] Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος αυξάνεται συνεχώς.
- 4. A. 90.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2011] Αν η συνολική εξωτερική ροπή σ' ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η ολική στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.
- 4. A. 91.** [ΟΕΦΕ 2012] Κατά την περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της το μέτρο της ιδιοστροφορμής της (spin) αυξάνεται λόγω της ελκτικής δύναμης που της ασκεί ο Ήλιος.
- 4. A. 92.** [Ημερ+Εσπ. Λύκειο Μάιος 2012] Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής μετριέται σε  $\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ .
- 4. A. 93.** [Ημερ+Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2012] Μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής είναι και το  $1\text{N}\cdot\text{m}$ .

## ΘΕΜΑ Β

- 4. B. 24.** [Εν. Λύκειο Μα 2002] Δίσκος παιδικής χαράς περιστρέφεται περί κατακόρυφο άξονα κάθετο στο επίπεδο του διερχόμενο από το κέντρο του δίσκου O. Στο δίσκο δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη. Ένα παιδί μετακινείται από σημείο A της περιφέρειας του δίσκου στο σημείο B πλησιέστερα στο κέντρο του. Τότε ο δίσκος θα περιστρέφεται:



α. πιο αργά

β. πιο γρήγορα.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**4.Β.25.** [Εν. Λόγιο Μα 2003] Καλλιτέχνης του πατινάζ περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, χωρίς τριβές. Στην αρχή ο καλλιτέχνης έχει τα χέρια απλωμένα και στη συνέχεια τα συμπύσσει. Ο καλλιτέχνης περιστρέφεται πιο γρήγορα, όταν έχει τα χέρια:

α. απλωμένα

β. συνεπτυγμένα.

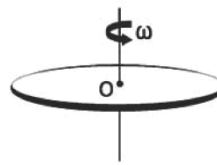
Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

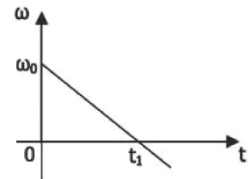
Μονάδες 4

**4.Β.26.** [Ημ. Λόγιο Επαναλ 2003] Να εξηγήσετε γιατί η χρονική διάρκεια της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή, δηλαδή 24 ώρες. Μονάδες 6

**4.Β.27.** [ΟΕΦΕ 2003] Ο οριζόντιος δίσκος του σχήματος (α) μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο ακλόνητο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του. Στο σχήμα (β) Δίνεται το διάγραμμα της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με το χρόνο.



Σχήμα (α)



Σχήμα (β)

α. Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας το σχήμα (α) και να σχεδιάσετε τα διανύσματα της γωνιακής επιτάχυνσης και της στροφορμής του δίσκου μια χρονική στιγμή  $t$  για την οποία ισχύει  $0 < t < t_1$ .

β. Να δικαιολογήσετε ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές και ποιες λανθασμένες.

i) Η συνισταμένη των ροπών που δέχεται ο δίσκος είναι μηδέν.

ii) Το μέτρο της στροφορμής του δίσκου είναι σταθερό

iii) Η κινητική ενέργεια του δίσκου δίνεται από τη σχέση  $K = \frac{L^2}{2I}$ , όπου  $I$  είναι

η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

**4.Β.28.** [Ημερ. Λόγιο Επαναλ. 2005] Υποθέτουμε ότι κλιματολογικές συνθήκες επιβάλλουν την μετανάστευση του πληθυσμού της Γης προς τις πολικές ζώνες. Η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της

α. θα μείνει σταθερή.

β. θα ελαττωθεί.

γ. θα αυξηθεί. Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**4.Β.29.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2005] Ένας απομονωμένος ομογενής αστέρας σφαιρικού σχήματος ακτίνας  $R$  στρέφεται γύρω από τον εαυτό του (ιδιοπεριστροφή) με συχνότητα  $f_0$ . Ο αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρίκνωσής του η νέα συχνότητα ιδιοπεριστροφής του θα είναι

α. μεγαλύτερη από την αρχική συχνότητα  $f_0$ .

β. μικρότερη από την αρχική συχνότητα  $f_0$ .

γ. ίση με την αρχική συχνότητα  $f_0$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμα.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

**4.B.30.** [ΟΕΦΕ 2005] Ένα απομονωμένο ομογενές άστρο, σφαιρικού σχήματος, περιστρέφεται γύρω από μία διάμετρό του, με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0$  και έχει κινητική ενέργεια  $K_0$ . Στα τελευταία στάδια της ζωής του το άστρο συρρικνώνεται λόγω βαρυτικών δυνάμεων.

**A.** Να εξηγήσετε γιατί η μείωση της ακτίνας του οδηγεί σε αύξηση της κινητικής του ενέργειας.

**B.** Αν η ακτίνα του άστρου μειωθεί κατά 50% σε σχέση με την αρχική της τιμή, τότε η κινητική ενέργεια του άστρου μετά τη συρρίκνωση θα είναι :

α.  $2K_0$

β.  $3K_0$

γ.  $4K_0$

i. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

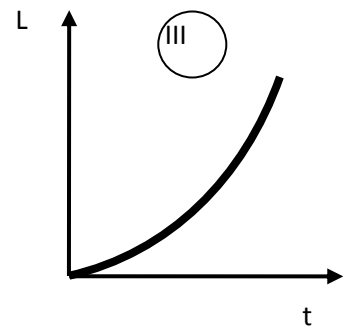
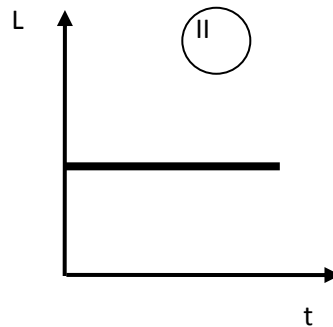
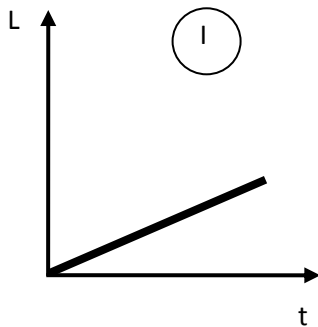
ii. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του άστρου ως προς άξονα περιστροφής που διέρχεται

από μια διάμετρο του είναι  $I_{cm} = \frac{2MR^2}{5}$

**4.B.31.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2006] Ένας κύλινδρος που είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστραφεί γύρω από το σταθερό άξονά του δέχεται την επίδραση σταθερής ροπής.

Τη στροφορμή του κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο απεικονίζει το σχήμα



α. I.

β. II.

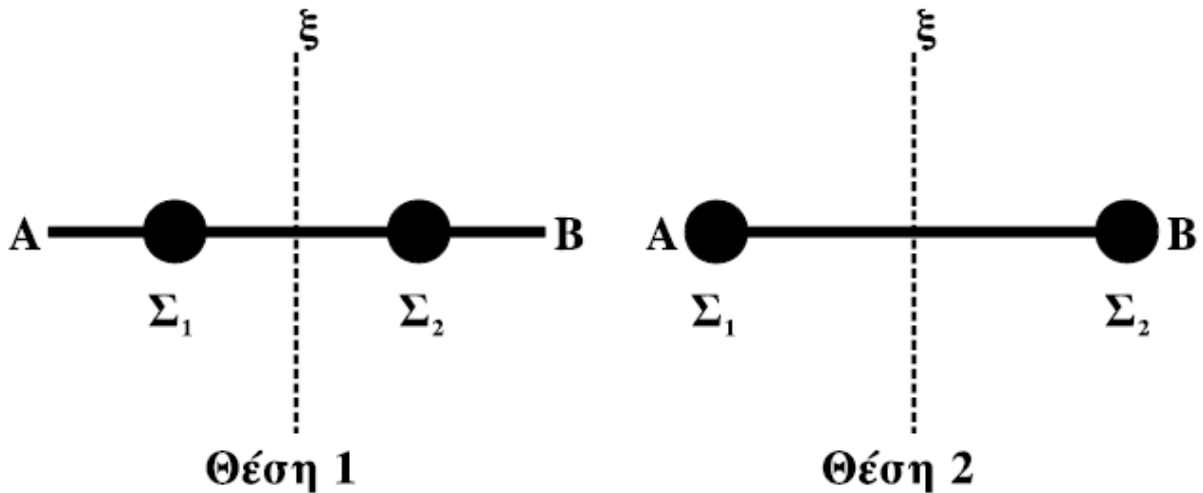
γ. III.

Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**4.B.32.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2008] Η ομογενής ράβδος AB του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα συμμετρίας ( $\xi$ ) του σχήματος. Οι δύο σφαίρες  $\Sigma_1, \Sigma_2$  μάζας  $m$  καθεμιά μπορούν να μετακινούνται κατά μήκος της ράβδου. Η ράβδος ξεκινά να περιστρέφεται



- α. πιο εύκολα στη θέση 1.
  - β. πιο εύκολα στη θέση 2.
  - γ. το ίδιο εύκολα και στις δύο περιπτώσεις.
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3  
Μονάδες 5

**4.B.33.** [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2006] Σε ένα ακίνητο ρολόι που βρίσκεται σε κανονική λειτουργία, ο λόγος της στροφορμής του λεπτοδείκτη ( $L_1$ ) προς την στροφορμή του ωροδείκτη ( $L_2$ ), ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής τους, είναι  $\frac{L_1}{L_2} = \lambda$ , όπου  $\lambda$  θετική

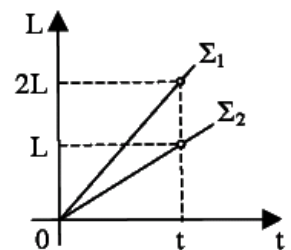
σταθερά. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών τους  $\frac{K_1}{K_2}$  αντίστοιχα είναι

- α. 6λ.
- β. 12λ.
- γ. 24λ.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.  
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3  
Μονάδες 5

**4.B.34.** [ΟΕΦΕ 2008] Οι γραφικές παραστάσεις των στροφορμών δύο στερεών σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  σε συνάρτηση με τον χρόνο απεικονίζονται στο κοινό διάγραμμα που ακολουθεί. Τα στερεά περιστρέφονται γύρω από σταθερούς άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και έχουν ίσες ροπές αδράνειας. Οι γωνιακές επιταχύνσεις  $\alpha_{\gamma,1}$  και  $\alpha_{\gamma,2}$ , των στερεών σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αντίστοιχα, συνδέονται με τη σχέση:



- α.  $\alpha_{\gamma,1} = \alpha_{\gamma,2}$
- β.  $\alpha_{\gamma,1} = 2 \alpha_{\gamma,2}$
- γ.  $\alpha_{\gamma,1} = \frac{1}{2} \alpha_{\gamma,2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.  
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**4.Β.35.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2009] Στη θέση Α οριζόντιου δίσκου βρίσκεται ένα παιδί και το σύστημα παιδί - δίσκος περιστρέφεται χωρίς τριβές, με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου Ο.

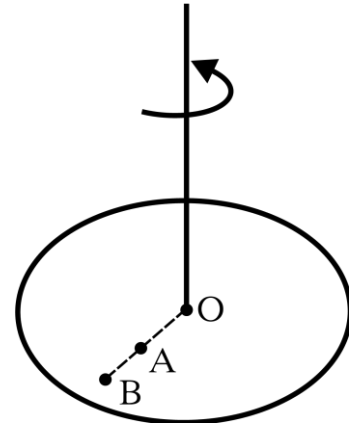
Αν το παιδί μετακινηθεί από τη θέση Α στη θέση Β του δίσκου (σχήμα), τότε η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου

α. Θα αυξηθεί.      β. Θα παραμείνει η ίδια.      γ. Θα μειωθεί.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 6



**4.Β.36.** [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2009] Χορεύτρια στρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας ανοιχτά τα δυο της χέρια με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου  $\omega$ . Η χορεύτρια συμπύσσοντας τα χέρια της αυξάνει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της, σε  $\frac{5}{2}\omega$ . Ο λόγος της αρχικής προς την τελική ροπή αδράνειας της χορεύτριας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, είναι:

α. 1

β.  $\frac{5}{2}$

γ.  $\frac{2}{5}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**4.Β.37.** [ΟΕΦΕ 2010] Οι δύο συμπαγείς και ομογενείς δίσκοι  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  του σχήματος περιστρέφονται χωρίς τριβές και έχοντας το επίπεδό τους οριζόντιο, γύρω από κοινό και σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από τα κέντρα μάζας τους. Οι δύο δίσκοι μπορούν να περιστρέφονται ανεξάρτητα ο ένας ως προς τον άλλο και έχουν ως προς τον άξονα περιστροφής τους ροπές αδράνειας  $I_1$  και  $I_2 = 2I_1$  αντίστοιχα. Αν η ολική στροφορμή του συστήματος των δύο δίσκων είναι μηδέν, τότε:

1. Οι δύο δίσκοι περιστρέφονται

α. ομόρροπα

β. αντίρροπα

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

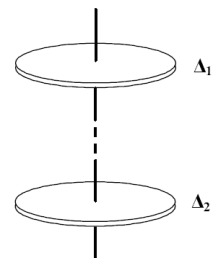
2. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών των δίσκων  $K_1/K_2$  είναι:

α. 1/2

β. 1

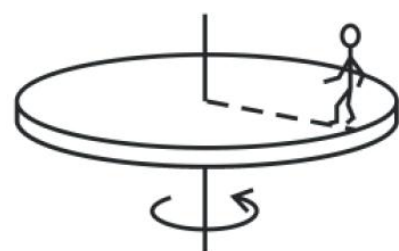
γ. 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



**4.Β.38.** [ΟΕΦΕ 2011] Σε σημείο της περιφέρειας ομογενούς οριζόντιου δίσκου παιδικής χαράς στέκεται ένα παιδί. Το σύστημα δίσκος - παιδί περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα, που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου.

Κάποια στιγμή το παιδί αρχίζει να βαδίζει προς το κέντρο του δίσκου. Κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής:



I. η στροφορμή του συστήματος:

- α. αυξάνεται      β. παραμένει σταθερή      γ. μειώνεται

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 2)

II. η στροφορμή του δίσκου:

- α. αυξάνεται      β. παραμένει σταθερή      γ. μειώνεται

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 3)

Μονάδες 9

## ΘΕΜΑ Γ

4.Γ.8. [ΟΕΦΕ 2002] Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ μήκους  $L = 1\text{m}$  και μάζας  $m = 10\text{kg}$ , μπορεί να στρέφεται γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από σημείο Ο, το οποίο απέχει απόσταση  $L/3$  από το άκρο Α της ράβδου. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια νήματος που είναι δεμένο στο άκρο Γ της ράβδου και σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$  με την οριζόντια διεύθυνση, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



A. Να βρεθεί η τάση του νήματος.

B. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται.

α. Να βρεθεί η αρχική γωνιακή επιτάχυνση περιστροφής της ράβδου.

β. Αν η ράβδος, όταν γίνεται κατακόρυφη, έχει γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 4\text{ rad/s}$ , να βρεθεί η κινητική της ενέργεια και η απώλεια ενέργειας λόγω τριβών με τον άξονα περιστροφής.

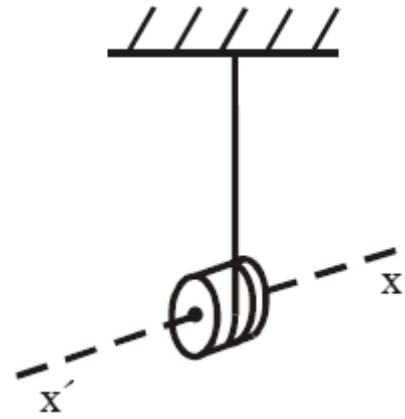
γ. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής, όταν η ράβδος γίνεται κατακόρυφη

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου μάζας  $m$  και μήκους  $L$  ως προς

άξονα που είναι κάθετος στη ράβδο και διέρχεται από το μέσο της είναι  $I_{\text{cm}} = \frac{mL^2}{12}$  και

ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

**4.Γ.9.** [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2005] Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα  $m = 0,12 \text{ kg}$  και ακτίνα  $R = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ . Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί νήμα. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα  $x'x$ , ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους  $l = 20 R$ , η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι  $v_{cm} = 2 \text{ m/s}$ .



α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του. (Ο τύπος που μας δίνει τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, δε θεωρείται γνωστός).

Μονάδες 6

β. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.

Μονάδες 7

γ. Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι  $v_{cm} = 2 \text{ m/s}$ , το νήμα κόβεται. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο  $0,8 \text{ s}$  από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 6

δ. Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο  $0,8 \text{ s}$  από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα. Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$

Μονάδες 6

**4.Γ.10.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2006] Ομογενής δίσκος μάζας  $m = 40 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 20 \text{ cm}$  στρέφεται με γωνιακή συχνότητα  $\omega = 5 \text{ rad/s}$  γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος  $\sigma'$  αυτόν.

Να υπολογίσετε:

α. Την κινητική ενέργεια του δίσκου λόγω της περιστροφής του.

Μονάδες 6

β. Το μέτρο της αρχικής στροφορμής του δίσκου.

Μονάδες 6

γ. Τη μέση ισχύ της ροπής (σε απόλυτη τιμή) που θα ακινητοποιήσει το δίσκο σε χρόνο  $5s$ .

Μονάδες 6

δ. Το μέτρο της σταθερής ροπής που ακινητοποιεί το δίσκο σε χρόνο  $5s$ .

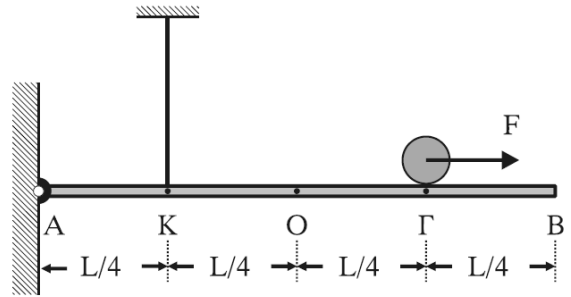
Μονάδες 7

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι

$$I = \frac{mR^2}{2}.$$



**4.Γ.11.** [Ημ. Λύκειο Μαΐ 2008] Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους  $L = 4 \text{ m}$  και μάζας  $M = 2 \text{ kg}$  ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο  $A$  της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο  $K$  της ράβδου έχει προσδεθεί το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο σημείο  $\Gamma$  ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας  $m = 2,5 \text{ kg}$  και ακτίνας  $r = 0,2 \text{ m}$ .

Δίνονται  $AK = \frac{L}{4}$ ,  $A\Gamma = \frac{3L}{4}$ .

**α.** Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο. Μονάδες 6  
Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 7 \text{ N}$ , με φορά προς το άκρο  $B$ . Η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.

**β.** Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας κατά την κίνησή της. Μονάδες 6

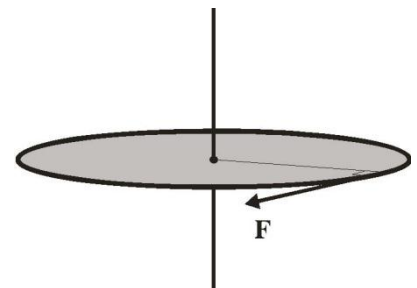
**γ.** Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο  $B$ . Μονάδες 6

**δ.** Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο  $B$ .

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας μάζας  $m$  ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I = \frac{2}{5}mr^2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Μονάδες 7

**4.Γ.12.** [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2011] Οριζόντιος ομογενής δίσκος με μάζα  $M = 2 \text{ kg}$  και ακτίνα  $R = 0,5 \text{ m}$  μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του.

Ο δίσκος αρχικά είναι ακίνητος. Κάποια στιγμή  $t_0 = 0$ , ασκείται σε σημείο της περιφέρειας του δίσκου δύναμη σταθερού μέτρου  $F = 10 \text{ N}$ , συνεχώς εφαπτόμενη σε αυτόν.



**Γ1.** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $F$  από τη στιγμή  $t_0 = 0$  έως τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει γίνει  $\omega = 8 \text{ rad/s}$ . Μονάδες 6

**Γ2.** Να υπολογίσετε τη γωνία που έχει διαγράψει ο δίσκος μέχρι εκείνη τη στιγμή. Μονάδες 6

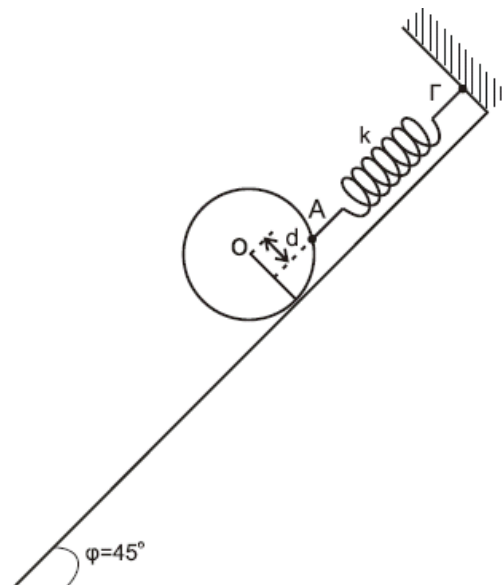
**Γ3.** Να υπολογίσετε την ισχύ της δύναμης  $F$  την ίδια στιγμή. Μονάδες 6

Τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου είναι  $\omega = 8 \text{ rad/s}$ , η δύναμη  $F$  καταργείται και ο δίσκος συνεχίζει να στρέφεται με την ταχύτητα αυτή. Από κάποιο ύψος αφήνεται να πέσει ένα κομμάτι λάσπης μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  αμελητέων διαστάσεων, που κολλάει στον δίσκο σε σημείο της περιφέρειάς του.

**Γ4.** Να υπολογίσετε τη νέα γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύστημα δίσκος - λάσπη. Μονάδες 7

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I = \frac{1}{2} M R^2$ .

**4.Γ.13.** [Ημερ. + Εσπερ Λύκειο Επαναλ 2012] Συμπαγής ομογενής δίσκος, μάζας  $M = 2\sqrt{2}$  kg και ακτίνας  $R = 0,1m$ , είναι προσδεμένος σε ιδανικό ελατήριο, σταθεράς  $k = 100N/m$  στο σημείο  $A$  και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία  $\varphi = 45^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το ελατήριο είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας του ελατηρίου απέχει απόσταση  $d = \frac{R}{2}$  από το κέντρο ( $O$ ) του δίσκου.



Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο  $\Gamma$ .

**Γ1.** Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου. Μονάδες 6

**Γ2.** Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής και τριβής να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της. Μονάδες 6

Κάποια στιγμή το ελατήριο κόβεται στο σημείο  $A$  και ο δίσκος αμέσως κυλιέται, χωρίς να ολισθαίνει, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

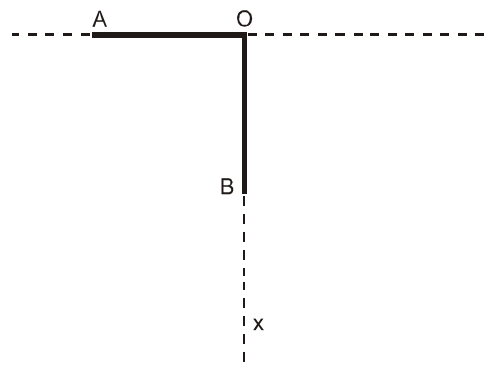
**Γ3.** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου. Μονάδες 6

**Γ4.** Να υπολογίσετε τη στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, όταν το κέντρο μάζας του έχει μετακινηθεί κατά διάστημα  $s = 0,3\sqrt{2}$  m στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου. Μονάδες 7

Δίνονται: η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο του  $I = \frac{1}{2} MR^2$ , η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ,  $\eta\mu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**ΘΕΜΑ Δ**

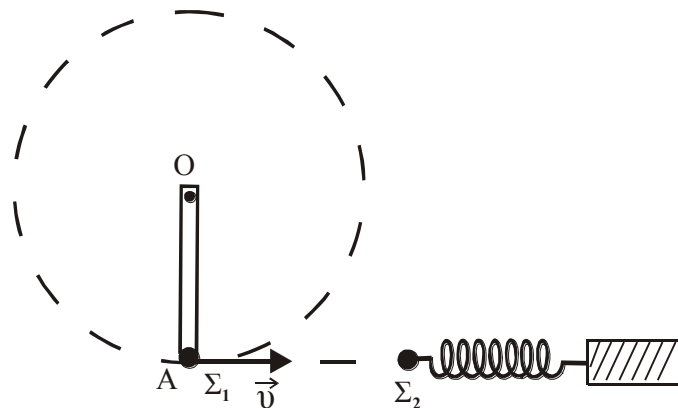
**4.Δ.14.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2002] Δύο ίδιες, λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι  $OA$  και  $OB$ , που έχουν μάζα  $M = 4$  kg και μήκος  $L = 1,5$  m η κάθεμία, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους  $O$ , ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται περί οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο  $AOB$ , που διέρχεται από την κορυφή  $O$  της ορθής γωνίας. Το σύστημα αρχικά συγκρατείται στη θέση όπου η ράβδος  $OA$  είναι οριζόντια (όπως στο σχήμα). Η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της είναι  $I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$ .



- A.** Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το  $O$ . Μονάδες 6
- B.** Από την αρχική του θέση το σύστημα των δύο ράβδων αφήνεται ελεύθερο να περιστραφεί περί τον άξονα περιστροφής στο σημείο  $O$ , χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος των δύο ράβδων τη στιγμή της εκκίνησης. Μονάδες 6
- Γ.** Τη χρονική στιγμή κατά την οποία οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο  $Ox$ , να υπολογίσετε:
- α.** Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος των δύο ράβδων. Μονάδες 7
- β.** Το μέτρο της στροφορμής της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο  $O$ . Μονάδες 6

Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$ .

**4.Δ.15.** [Εσπερ. Λύκειο Μα 2003] Ομογενής στερεά ράβδος  $OA$ , μήκους  $L = 2 \text{ m}$  και μάζας  $M = 0,3 \text{ kg}$  μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα (χωρίς τριβές) στο οριζόντιο επίπεδο, περί κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σταθερό σημείο  $O$ . Στο άκρο  $A$  της ράβδου στερεώνεται σφαιρίδιο  $\Sigma_1$  μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$ , και το σύστημα ράβδου και σφαιριδίου  $\Sigma_1$  περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 1 \text{ rad/s}$ . Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται δεύτερο σφαιρίδιο  $\Sigma_2$ , ίσης μάζας με το  $\Sigma_1$ , προσδεμένο στο άκρο αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς  $K = 20 \text{ N/m}$ . Ο άξονας του ελατηρίου είναι οριζόντιος και εφάπτεται της κυκλικής τροχιάς του σφαιριδίου  $\Sigma_1$  (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Οι διαστάσεις των σφαιριδίων είναι αμελητέες. Όταν η ταχύτητα  $\vec{v}$  του σφαιριδίου  $\Sigma_1$  έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, το σφαιρίδιο  $\Sigma_1$  αποκολλάται από τη ράβδο και κινούμενο ευθύγραμμα συγκρούεται με το σφαιρίδιο  $\Sigma_2$  με το οποίο ενσωματώνεται.

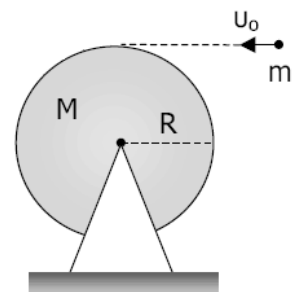


Να βρείτε:

- α. Τη στροφορμή του συστήματος ράβδου-σφαιριδίου  $\Sigma_1$  ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο  $O$ . Μονάδες 8
- β. Το μέτρο  $u$  της ταχύτητας του σφαιριδίου τη στιγμή που αποκολλάται από τη ράβδο. Μονάδες 4
- γ. Την περίοδο  $T$  της ταλάντωσης του συστήματος ελατηρίου - συσσωματώματος  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ . Μονάδες 5
- δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυτής. Μονάδες 8

(Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο  $O$  ,  $I_0 = \frac{1}{3}ML^2$  και  $\pi = 3,14$ ).

**4.Δ.16.** [ΟΕΦΕ 2003] Ομογενής δίσκος μάζας  $M = 3,6\text{kg}$  και ακτίνας  $R = 0,2\text{m}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδο του. Αρχικό ο δίσκος είναι ακίνητος. Βλήμα αμελητέων διαστάσεων, μάζας  $m = 0,2\text{kg}$ , κινείται οριζόντια στα επίπεδο του δίσκου με ταχύτητα  $u_0$  και ενσωματώνεται ακαριαία στο ανώτερο σημείο του δίσκου. Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά την κρούση είναι  $\omega = 20\text{rad/s}$ . Να υπολογίσετε:



- α) Τη ροπή αδράνειας του συστήματος μετά την κρούση,
- β) Το μέτρο της ταχύτητας  $u_0$  του βλήματος.
- γ) Για πόσα χρόνο θα πρέπει η σταθερή εφαπτομενική δύναμη  $F = 8\text{ N}$  να ασκείται στην περιφέρεια του τροχού, ώστε το σύστημα των δύο σωμάτων να ακινητοποιηθεί
- δ) Την κινητική ενέργεια του συστήματος και το ρυθμό ελάττωσης της τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,5\text{s}$  λόγω της επίδρασης της δύναμης  $F$ .

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I_\Delta = \frac{1}{2}mR^2$

**4.Δ.17.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2004] Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας  $m = 10\text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,1\text{ m}$  κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας  $\varphi$  με  $\eta\mu\varphi = 0,56$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο  $u_0 = 8\text{ m/s}$ . Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

- α. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Μονάδες 6
- β. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της. Μονάδες 6
- γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της. Μονάδες 6

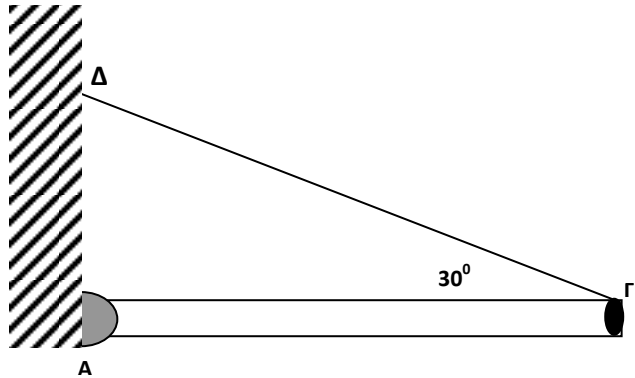
δ. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει  $\frac{30}{\pi}$  περιστροφές. Μονάδες 7

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της:

$$I = \frac{2}{5} mR^2 \text{ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: } g = 10 \text{ m/s}^2.$$

**4.Δ.18.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2004] Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος 1 m και βάρος 30 N ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα ΔΓ που σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.

**A.** Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση. Μονάδες 8



**B.** Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο. Να υπολογίσετε

1. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα. Μονάδες 6

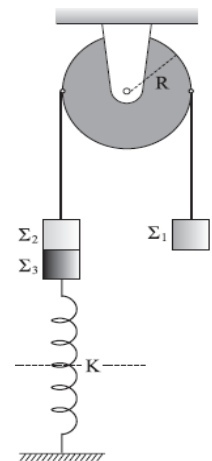
2. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που αυτή σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με την αρχική της θέση. Μονάδες 6

3. την κινητική ενέργεια της ράβδου, τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση. Μονάδες 5

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σ' αυτή είναι  $I_A = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,

$$\eta\mu 30^\circ = \text{συν } 60^\circ = \frac{1}{2}, \text{ συν } 30^\circ = \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

**4.Δ.19.** [ΟΕΦΕ 2004] Η τροχαλία του διπλανού σχήματος είναι ομογενής με μάζα  $m = 4 \text{ kg}$  και ακτίνα  $R = 20 \text{ cm}$ . Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έχουν μάζες  $m_1 = 4 \text{ kg}$  και  $m_2 = 2 \text{ kg}$  και το σχοινί που τα συγκρατεί έχει αμελητέα μάζα. Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι κολλημένο με άλλο σώμα  $\Sigma_3$  μάζας  $m_3 = 1 \text{ kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_3$  είναι στερεωμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Το σύστημα αρχικά βρίσκεται σε ισορροπία. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  τα σώματα  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  αποκολλούνται.



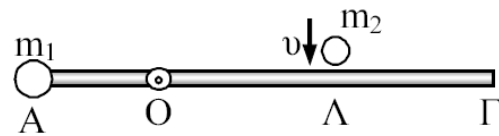
α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα  $\Sigma_3$ .

β. Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας τη στιγμή που το σώμα  $\Sigma_3$  διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά.

γ. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του συστήματος της τροχαλίας και των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ s}$ .

Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα της  $I_{\text{cm}} = \frac{mR^2}{2}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και το σχοινί είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση. Τα σώματα  $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$  είναι μικρών διαστάσεων.

**4.Δ.20.** [ΟΕΦΕ 2005] Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα  $M = 2\text{kg}$ , μήκος  $L = 3\text{m}$  και μπορεί να περιστρέφεται στο κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από σημείο της Ο. Στο άκρο Α της ράβδου είναι στερεωμένη σημειακή μάζα  $m_1 = 1\text{kg}$ .



**A.** Να υπολογίσετε την απόσταση ΑΟ, του άξονα περιστροφής από το άκρο της ράβδου Α, ώστε το σύστημα ράβδου - μάζας  $m_1$  να ισορροπεί οριζόντια.

**B.** Σημειακή μάζα  $m_2 = 1\text{kg}$ , κινούμενη κατακόρυφα με φορά προς τα κάτω, συγκρούεται πλαστικά με τη ράβδο στο σημείο της Λ, που είναι το μέσο της απόστασης ΟΓ.

**B1.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα  $u$  της σημειακής μάζας  $m_2$  ελάχιστα πριν την κρούση, ώστε η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση, να είναι  $\omega = 9\text{rad/s}$ .

**B2.** Να υπολογίσετε την απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την διάρκεια της πλαστικής κρούσης.

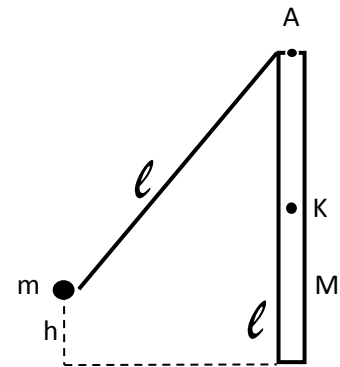
**Γ.** Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος αμέσως μετά την κρούση.

**Δ1.** Να υπολογίσετε το μέτρο της ελάχιστης ταχύτητας της σημειακής μάζας  $m_2$  ακριβώς πριν την κρούση, ώστε το σύστημα να φτάσει στην κατακόρυφη θέση έχοντας περιστραφεί κατά γωνία  $270^\circ$ .

**Δ2.** Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του Ο όταν η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία  $270^\circ$ .

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή  $I_{\text{cm}} = \frac{ML^2}{12}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**4.Δ.21.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2006] Ομογενής ράβδος μήκους  $\ell = 2 \text{ m}$  και μάζας  $M = 3 \text{ kg}$ , είναι αναρτημένη από οριζόντιο άξονα  $A$ , γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστραφεί σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον ίδιο άξονα  $A$  είναι δεμένο αβαρές νήμα με το ίδιο μήκος  $\ell$ , στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σφαιρίδιο μάζας  $m = 0,5 \text{ kg}$ . Αρχικά το νήμα είναι τεντωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και το σφαιρίδιο βρίσκεται σε ύψος  $h = 0,8 \text{ m}$  πάνω από το κατώτερο σημείο της ράβδου.



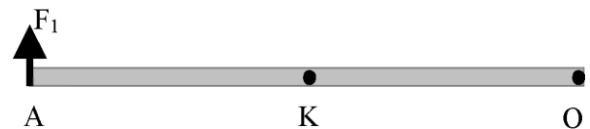
Στη συνέχεια το σφαιρίδιο αφήνεται ελεύθερο και προσκρούει στο άκρο της ράβδου.

Μετά την κρούση το σφαιρίδιο ακινητοποιείται. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.

Να βρείτε:

- A.** Την ταχύτητα του σφαιριδίου λίγο πριν την κρούση. Μονάδες 3
- B.** Τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 6
- Γ.** Τη γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας  $K$  της ράβδου αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 4
- Δ.** Το ποσό της μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική κατά την κρούση. Μονάδες 6
- Ε.** Τη μέγιστη ανύψωση του κέντρου μάζας της ράβδου. Μονάδες 6
- Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της:  $I_{cm} = (1/12) M\ell^2$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.Δ.22.** [ΟΕΦΕ 2006] Η ομογενής ράβδος  $OA$  του σχήματος έχει μήκος  $L = 1 \text{ m}$ , μάζα  $m = 3 \text{ kg}$  και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που περνά από το άκρο της  $O$  και είναι κάθετος σε αυτή.



**A.** Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια δύναμης μέτρου  $F_1$ , που ασκείται στο άκρο  $A$ , κάθετα στη ράβδο. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $F_1$  και το μέτρο της δύναμης που

δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής.

**B.** Ασκώντας στο άκρο  $A$ , αντί της  $F_1$  μια δύναμη  $F_2$ , σταθερού μέτρου και διαρκώς κάθετη στη ράβδο, η ράβδος ανέρχεται και περνά από την ανώτερη θέση της με γωνιακή ταχύτητα  $\omega = \sqrt{30} \text{ rad/s}$ . Τη στιγμή αυτή η  $F_2$  παύει να ασκείται στη ράβδο. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $F_2$ .

**Γ.** Τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ράβδος διέρχεται από την οριζόντια θέση στη διάρκεια της καθόδου της, να υπολογίσετε:

- α. το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της.
- β. το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου.

Δ. Σημειακή μάζα  $m_1 = 0,1 \text{ kg}$ , κινούμενη οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 100 \text{ m/s}$ , συγκρούεται πλαστικά με τη ράβδο, τη στιγμή που η ράβδος διέρχεται από το κατώτερο σημείο της τροχιάς της. Πόσο πρέπει να απέχει το σημείο της σύγκρουσης από τον άξονα περιστροφής της ράβδου, ώστε η ράβδος μετά τη σύγκρουση να ακινητοποιηθεί;

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα περιστροφής κάθετο σε αυτή και διερχόμενο από το κέντρο μάζας της

$$I_{\text{cm}} = \frac{ML^2}{12}.$$

**4.Δ.23.** [Ημερ. Λύκειο Μαΐ 2007] Ομογενής ράβδος μήκους  $L = 0,3 \text{ m}$  και μάζας  $M = 1,2 \text{ kg}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της  $A$ . Αρχικά την κρατούμε σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

α. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη. Μονάδες 5

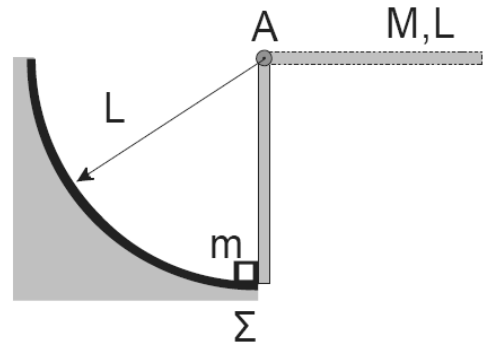
β. Να βρείτε τη στροφορμή της ράβδου όταν φθάσει σε κατακόρυφη θέση. Μονάδες 5

Τη στιγμή που η ράβδος φθάνει στην κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της ράβδου συγκρούεται ακαριαία με ακίνητο σώμα  $\Sigma$  αμελητέων διαστάσεων που έχει μάζα  $m = 0,4 \text{ kg}$ . Μετά την κρούση το σώμα κινείται κατά μήκος κυκλικού τόξου ακτίνας  $L$ , ενώ η ράβδος συνεχίζει να κινείται με την ίδια φορά. Δίνεται ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση είναι  $\frac{\omega}{5}$ , όπου  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητά της αμέσως πριν την κρούση.

γ. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma$  αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 7

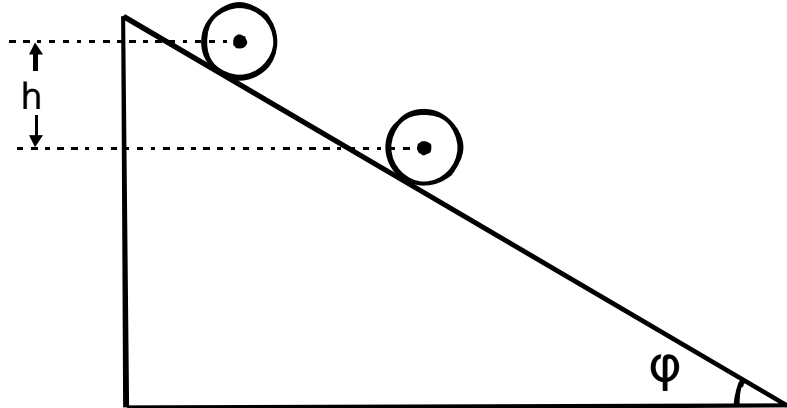
δ. Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση. Μονάδες 8

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα  $A$   $I = \frac{1}{3}ML^2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .





**4.Δ.24.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2007] Ένας ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας  $M = 2 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,2 \text{ m}$  αφήνεται να κυλήσει κατά μήκος ενός πλάγιου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\varphi$ , με  $\eta\mu\varphi = 0,6$ , όπως φαίνεται στο σχήμα:



Ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.

Να υπολογίσετε:

- το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου καθώς αυτός κυλιέται. Μονάδες 7
- το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής που ασκείται στον κύλινδρο από το πλάγιο επίπεδο. Μονάδες 6
- το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου κατά τον άξονά του, όταν η κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από το σημείο που αυτός αφέθηκε ελεύθερος είναι  $h_1 = 4,8 \text{ m}$ . Μονάδες 6
- το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί ο κύλινδρος από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας του έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά  $h_2 = 2,4\pi \text{ m}$ . Μονάδες 6

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του  $I = \frac{1}{2}MR^2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

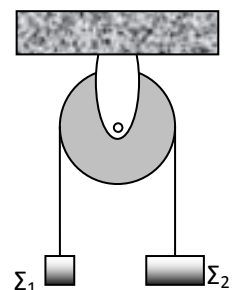
**4.Δ.25.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2008] Η ομογενής τροχαλία του σχήματος έχει μάζα  $M = 6 \text{ kg}$  και ακτίνα  $R = 0,3 \text{ m}$ . Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έχουν αντίστοιχα μάζες  $m_1 = 5 \text{ kg}$  και  $m_2 = 2 \text{ kg}$ .

Η τροχαλία και τα σώματα  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  είναι αρχικά ακίνητα και τα κέντρα μάζας των  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί.

Να υπολογίσετε:

- το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία θα κινηθούν τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ . Μονάδες 6
- το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας. Μονάδες 6
- το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ . Μονάδες 6



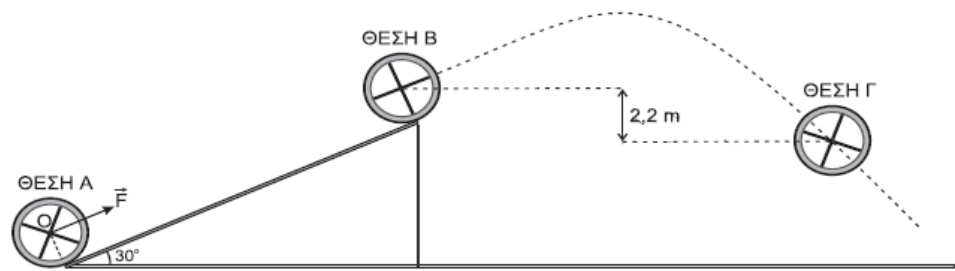
δ. τη χρονική στιγμή  $t_2$  κατά την οποία η κατακόρυφη απόσταση των κέντρων μάζας των  $\Sigma_1, \Sigma_2$  θα είναι  $h = 3 \text{ m}$ . Μονάδες 7

**Δίνονται:** Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της  $I = \frac{1}{2}MR^2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Σημείωση:** Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.

Να θεωρήσετε ότι τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  δεν φτάνουν στο έδαφος ούτε συγκρούονται με την τροχαλία.

**4.Δ.26. [ΟΕΦΕ 2008]** Ο αρχικά ακίνητος τροχός του σχήματος, ο οποίος βρίσκεται στη βάση κεκλιμένου επιπέδου (θέση Α) γωνίας κλίσης  $30^\circ$ , αποτελείται από λεπτό ομογενή δακτύλιο,



μάζας  $6 \text{ kg}$  και ακτίνας  $1 \text{ m}$  και από δύο λεπτές ομογενείς ράβδους μήκους  $2 \text{ m}$  και μάζας  $3 \text{ kg}$  η

καθεμία, που είναι τοποθετημένες κάθετες μεταξύ τους. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκούμε στο κέντρο μάζας του τροχού σταθερή δύναμη  $F$  παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο μέτρου  $100 \text{ N}$  και ο τροχός αρχίζει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, ανερχόμενος στο κεκλιμένο επίπεδο. Όταν ο τροχός φθάσει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου (θέση Β) έχει εκτελέσει  $\frac{12,5}{\pi}$  περιστροφές. Στη θέση Β καταργούμε τη δύναμη  $F$  και ο τροχός στη συνέχεια εγκαταλείπει το κεκλιμένο επίπεδο διαγράφοντας καμπύλη τροχιά. Να υπολογίσετε:

- α. Τη ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζει ο τροχός.
- β. Το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο τροχός από το κεκλιμένο επίπεδο.
- γ. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του τροχού λόγω περιστροφικής κίνησης ακριβώς πριν αυτός χάσει την επαφή του με το κεκλιμένο επίπεδο (θέση Β)
- δ. Την ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού την στιγμή που αυτός διέρχεται από την θέση Γ του σχήματος, αν γνωρίζετε ότι η κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας του τροχού από τη θέση Β μέχρι τη θέση Γ είναι  $2,2 \text{ m}$  προς τα κάτω.

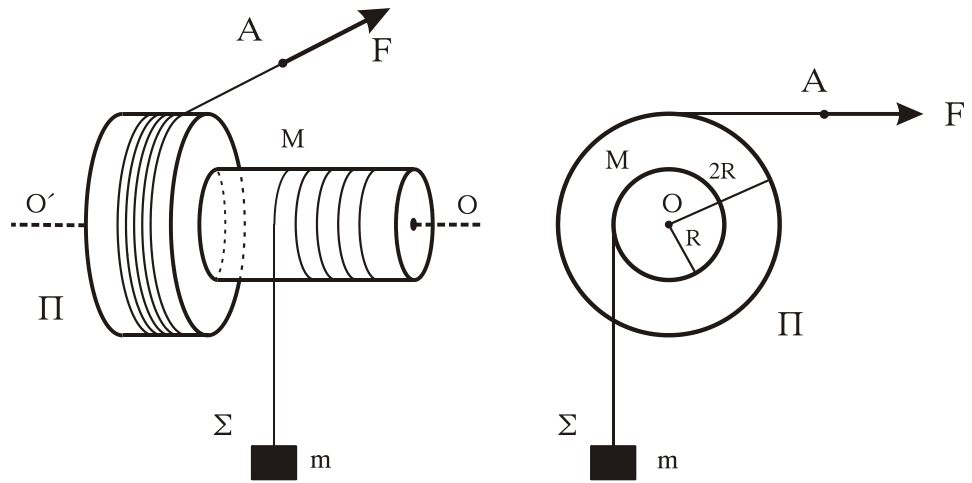
**Δίνονται:** Η ροπή αδράνειας λεπτής ομογενούς ράβδου, μήκους  $L$  και μάζας  $m$ , ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ' αυτή υπολογίζεται από τη σχέση  $I_{\text{cm}} = \frac{1}{12} mL^2$ , η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta_{30^\circ} = 1/2$

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Θεωρείστε επίσης ότι σε όλη την διάρκεια της κίνησης του τροχού δεν μεταβάλλεται η διεύθυνση του άξονα περιστροφής του.

**4.Δ.27.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2009] Στερεό Π μάζας  $M = 10 \text{ kg}$  αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R$  και  $2R$ ,

όπου  $R = 0,2 \text{ m}$  όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I = MR^2$ . Το στερεό Π περιστρέφεται χωρίς



τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα  $O'O$ , που συμπίπτει με τον άξονά του. Το σώμα Σ μάζας  $m = 20 \text{ kg}$  κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας  $R$ . Γύρω από το τμήμα του στερεού Π με ακτίνα  $2R$  είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο  $A$  του οποίου μπορεί να ασκείται οριζόντια δύναμη  $F$ .

**α.** Να βρείτε το μέτρο της αρχικής δύναμης  $F_0$  που ασκείται στο ελεύθερο άκρο  $A$  του νήματος, ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμένει ακίνητο.

Μονάδες 3

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  που το σύστημα του σχήματος είναι ακίνητο, αυξάνουμε τη δύναμη ακαριαία έτσι ώστε να γίνει  $F = 115 \text{ N}$ .

**β.** Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ.

Μονάδες 5

Για τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ έχει ανέλθει κατά  $h = 2 \text{ m}$ , να βρείτε:

**γ.** Το μέτρο της στροφορμής του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Μονάδες 6

**δ.** Τη μετατόπιση του σημείου  $A$  από την αρχική του θέση.

Μονάδες 6

**ε.** Το ποσοστό του έργου της δύναμης  $F$  που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του στερεού Π κατά τη μετατόπιση του σώματος Σ κατά  $h$ .

Μονάδες 5

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Το συνολικό μήκος κάθε νήματος παραμένει σταθερό.

**4.Δ.28.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2009] Ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας  $m = 5 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,2 \text{ m}$  αφήνεται από την ηρεμία (θέση Α) να κυλήσει κατά μήκος πλάγιου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.

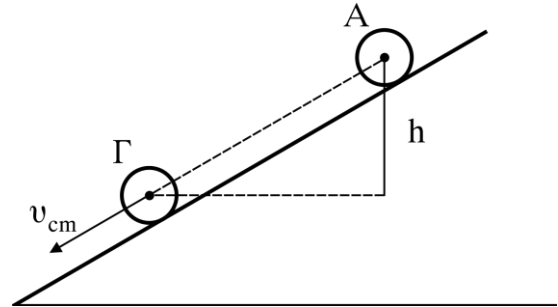
Τη στιγμή που το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει κατακόρυφη μετατόπιση  $h$  (θέση Γ), η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι  $u_{cm} = 8 \text{ m/s}$ .

Να υπολογίσετε:

- α. Τη γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  του κυλίνδρου στη θέση Γ. Μονάδες 6
- β. Τη στροφορμή του κυλίνδρου στη θέση Γ. Μονάδες 6
- γ. Την κατακόρυφη μετατόπιση  $h$ . Μονάδες 6
- δ. Τον λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου σε κάποια χρονική στιγμή, κατά τη διάρκεια της κίνησής του. Μονάδες 7

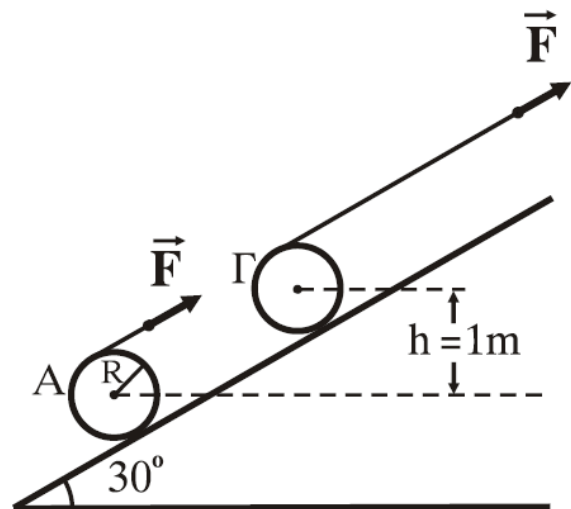
Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι  $I = \frac{1}{2}mR^2$ .



**4.Δ.29.** [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2009] Στην επιφάνεια ενός ομογενούς κυλίνδρου μάζας  $M = 40 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,2 \text{ m}$ , έχουμε τυλίξει λεπτό σχοινί αμελητέας μάζας, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή δύναμη  $F$  παράλληλη προς την επιφάνεια κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως  $30^\circ$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

Το σχοινί ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος κυλιέται πάνω στην επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου χωρίς ολίσθηση.



- α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης  $F$ , ώστε ο κύλινδρος να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Μονάδες 5

Αν αρχικά ο κύλινδρος είναι ακίνητος με το κέντρο μάζας του στη θέση Α και στο ελεύθερο άκρο του σχοινοῦ ασκηθεί σταθερή δύναμη  $F = 130 \text{ N}$ , όπως στο σχήμα:

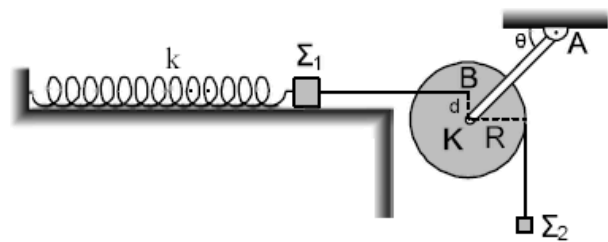
- β. Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου. Μονάδες 6

γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του όταν το κέντρο μάζας του περνάει από τη θέση Γ του σχήματος, η οποία βρίσκεται  $h = 1 \text{ m}$  ψηλότερα από τη θέση Α. Μονάδες 7

δ. Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης F κατά τη μετακίνηση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από τη θέση Α στη θέση Γ και να δείξετε ότι αυτό ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του κυλίνδρου κατά τη μετακίνηση αυτή. Μονάδες 7

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του  $I = \frac{1}{2}MR^2$ ,  $\eta_{\mu 30^\circ} = \frac{1}{2}$ .

**4.Δ.30.** [ΟΕΦΕ 2009] Ο δίσκος τροχαλίας είναι ομογενής έχει μάζα  $M = 2 \text{ kg}$ , ακτίνα  $R = 0,2 \text{ m}$  και ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής που περνάει από το κέντρο του Κ και είναι κάθετος στο επίπεδο του  $I = \frac{1}{2}MR^2$ . Ο άξονας περιστροφής Κ είναι το άκρο αβαρούς ράβδου ΚΑ, της οποίας το άλλο άκρο Α είναι στερεωμένο με άρθρωση στην οροφή. Το σύστημα ράβδος - τροχαλία μπορεί να στραφεί περί την άρθρωση Α στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο τον δίσκου της τροχαλίας. Τριβές στον άξονα περιστροφής και στην άρθρωση δεν υπάρχουν.



Σώμα  $\Sigma_1$  έχει μάζα  $m_1 = 4 \text{ kg}$  και είναι προσδεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθερής  $k = 100 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα μάζα - ελατήριο βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο που βρίσκεται και ο δίσκος της τροχαλίας. Στο παρακάτω σχήμα η διάταξη βρίσκεται σε ισορροπία. Το νήμα είναι δεμένο το σώμα  $\Sigma_1$  με τον δίσκο της τροχαλίας είναι οριζόντιο. Το σημείο πρόσδεσης Β στον δίσκο της τροχαλίας βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το Κ και σε απόσταση  $KB = d = 0,1 \text{ m}$ , ενώ η ράβδος ΑΚ σχηματίζει με την οριζόντια οροφή γωνία  $\theta$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  έχει μάζα  $m_2 = 2 \text{ kg}$  και είναι δεμένο σε νήμα το οποίο έχει τυλιχτεί αρκετές φορές στο αυλάκι του δίσκου της τροχαλίας. Τα νήματα θεωρούνται αβαρή, λεπτά και μη ελαστικά.

**A.1.** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης N που ασκεί η αβαρής ράβδος ΑΚ στον άξονα Κ της τροχαλίας.

**A.2.** Να προσδιορίσετε τη γωνία  $\theta$  που σχηματίζει η αβαρής ράβδος ΑΚ με την οριζόντια οροφή.

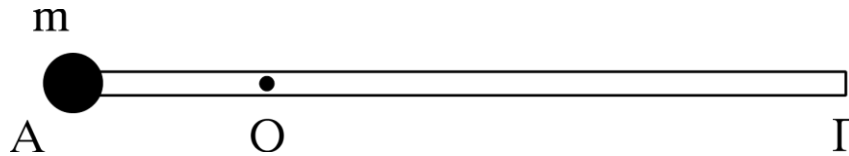
**B.** Συγκολλούμε την άρθρωση Α έτσι ώστε η αβαρής ράβδος να παραμένει ακλόνητη στη θέση που προσδιορίστηκε προηγουμένως και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  κόβουμε το οριζόντιο νήμα. Τότε το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με  $D = k$  και θετική φορά για τον οριζόντιο άξονα της κίνησης προς τα δεξιά ενώ το σώμα  $\Sigma_2$  κινείται προς

τα κάτω. Το κατακόρυφο νήμα στο οποίο είναι δεμένο ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στο αυλάκι του δίσκου της τροχαλίας, μένοντας συνεχώς κατακόρυφο.

**B.1.** Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_1$  συνάρτηση με το χρόνο.

**B.2.** Τη χρονική στιγμή που το σώμα  $\Sigma_1$  περνάει από τη θέση ισορροπίας του για δεύτερη φορά, να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_2$  και την στροφορμή του δίσκου της τροχαλίας. Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.Δ.31.** [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2010] Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους  $\ell$  και μάζας  $M$  μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο χωρίς τριβές, ο οποίος διέρχεται από το σημείο  $O$  της ράβδου. Η απόσταση του σημείου  $O$  από το  $A$  είναι  $\frac{\ell}{4}$ . Στο άκρο  $A$  της ράβδου στερεώνεται σημειακή μάζα  $m$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και δέχεται από τον άξονα δύναμη μέτρου  $F = 20\text{N}$ .

**Δ1.** Να υπολογιστούν οι μάζες  $m$  και  $M$ . Μονάδες 5

Στη συνέχεια τοποθετούμε τον άξονα περιστροφής της ράβδου στο άκρο  $\Gamma$ , ώστε να παραμένει οριζόντιος και κάθετος στη ράβδο, και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:

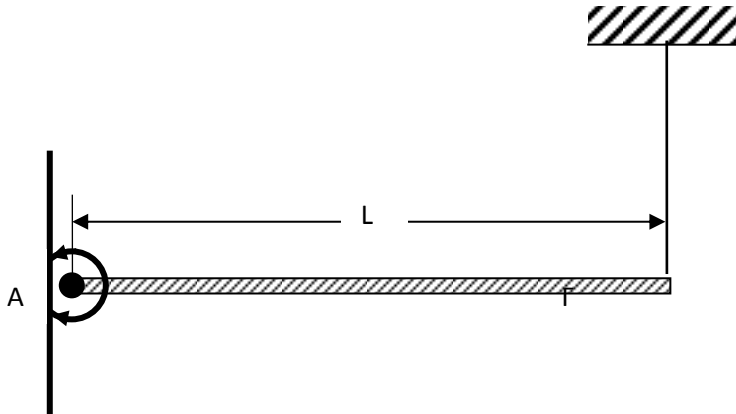
**Δ2.** το μήκος  $\ell$  της ράβδου, αν τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου  $a_{\gamma\omega\nu} = 3,75\text{rad/s}^2$ . Μονάδες 7

**Δ3.** το λόγο της κινητικής ενέργειας της μάζας  $m$  προς τη συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος, κατά τη διάρκεια της περιστροφής του συστήματος των δύο σωμάτων. Μονάδες 5

**Δ4.** το μέτρο της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία  $\varphi$  ως προς την οριζόντια διεύθυνση τέτοια, ώστε  $\eta\mu\varphi = 0,3$ . Μονάδες 8

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ , ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I_{cm} = \frac{1}{12} M\ell^2$ .

**4.Δ.32.** [Εσπερ. Λύκειο Επανάλ. 2010] Ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους  $L = 1\text{m}$  και μάζας  $M = 3\text{kg}$  ισορροπεί οριζόντια, όπως στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου στηρίζεται με



άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ συνδέεται με την οροφή με κατακόρυφο σχοινί.

Κάποια στιγμή κόβουμε το σχοινί και η ράβδος αφήνεται να περιστραφεί γύρω από την άρθρωση χωρίς τριβές. Η ροπή αδράνειας της ράβδου, ως προς άξονα που διέρχεται

από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ' αυτή, είναι:  $I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$ . και  $g = 10\text{m/s}^2$ .

Να υπολογίσετε:

**Δ.1.** τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το σχοινί, όταν αυτή ισορροπεί. Μονάδες 6

**Δ.2.** το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή που κόβεται το σχοινί και η ράβδος είναι οριζόντια. Μονάδες 6

**Δ.3.** το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου στην κατακόρυφη θέση της.

Μονάδες 6

**Δ.4.** το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής στην κατακόρυφη θέση της.

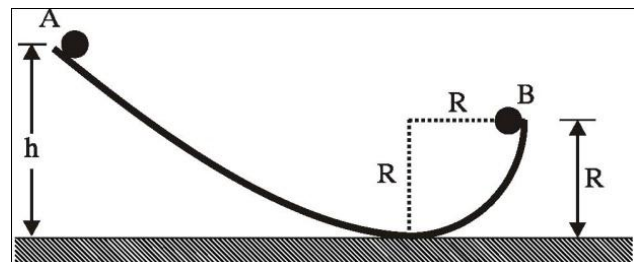
Μονάδες 7

**4.Δ.33.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2010] Μια μικρή σφαίρα μάζας  $m = 1\text{kg}$ , ακτίνας  $r = 0,02\text{m}$  και ροπής αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της

$I_{cm} = \frac{2}{5} mr^2$ , αφήνεται από το σημείο Α που

βρίσκεται σε ύψος  $h = 9\text{m}$  πάνω από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.

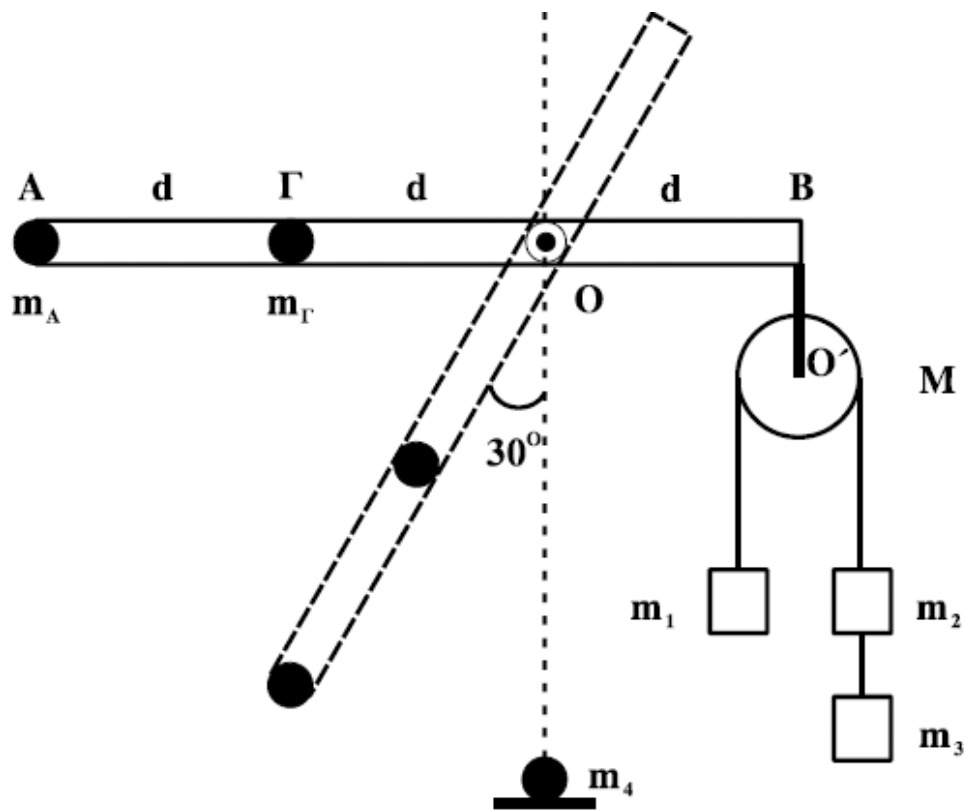
Η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει. Όταν η σφαίρα διέρχεται από το σημείο Β του οδηγού, το οποίο απέχει απόσταση  $R=2\text{m}$  από το οριζόντιο επίπεδο, να υπολογίσετε:



- Δ1.** Τη ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο Β και είναι παράλληλος προς τον άξονα περιστροφής της.
- Δ2.** Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας.
- Δ3.** Το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της.
- Δ4.** Το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει το κέντρο μάζας της σφαίρας, από το σημείο Β.
- Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10\text{m/s}^2$

**4.Δ.34.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2011] Αβαρής ράβδος μήκους  $3d$  ( $d=1\text{m}$ ) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο

άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση  $2d$  από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα  $m_A=1\text{kg}$  και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση  $d$  από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα  $m_\Gamma=6\text{kg}$ . Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας  $M=4\text{kg}$  από την οποία κρέμονται οι μάζες  $m_1=2\text{kg}$ ,  $m_2=m_3=1\text{kg}$ . Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο'.



**Δ1.** Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 4

Κόβουμε το Ο'Β, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο Β.

**Δ2.** Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με την κατακόρυφο.

Μονάδες 7

Όταν η σημειακή μάζα  $m_A$  φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα  $m_4 = 5\text{kg}$ .

**Δ3.** Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση. Μονάδες 6



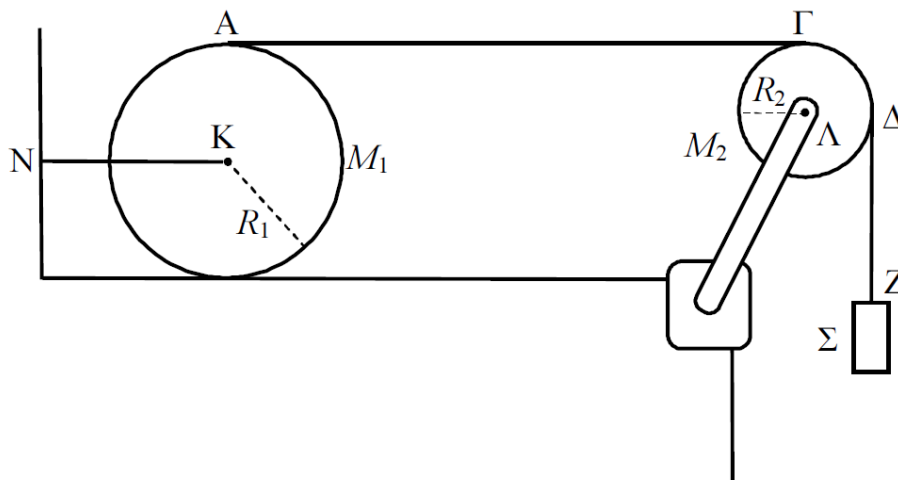
Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο Β, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα  $m_2$  και  $m_3$  και αντικαθιστούμε την  $m_A$  με μάζα  $m$ .

**Δ4.** Πόση πρέπει να είναι η μάζα  $m$ , ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας; Μονάδες 8

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta_{30^\circ} = 1/2$ , ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της  $I = MR^2/2$ .

**4.Δ.35.** [ΟΕΦΕ 2011] Η διάταξη του παρακάτω σχήματος αποτελείται από έναν ομογενή κύλινδρο, μάζας  $M_1 = 8 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R_1 = 0,2 \text{ m}$ , μία τροχαλία, μάζας  $M_2 = 3 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R_2 = 0,1 \text{ m}$  και το σώμα  $\Sigma$ , μάζας  $m = 3 \text{ kg}$ . Ο κύλινδρος βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο και έχει τυλιγμένο πολλές φορές γύρω του αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο εκτείνεται αρχικά οριζόντια και, αφού περάσει από την τροχαλία, στερεώνεται από το άκρο του Ζ στο σώμα  $\Sigma$ . Ένα άλλο οριζόντιο νήμα ΝΚ συνδέει το κέντρο του κυλίνδρου Κ με ακλόνητο σημείο Ν, έτσι ώστε όλο το σύστημα να ισορροπεί, όπως φαίνεται στο σχήμα.



**Δ1.** Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος ΝΚ. Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  κόβουμε το νήμα ΝΚ, οπότε το σώμα  $\Sigma$  κατέρχεται με επιτάχυνση  $\alpha = 4 \frac{m}{s^2}$ , ο κύλινδρος κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο και η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της  $\Lambda$ . Να υπολογίσετε

**Δ2.** την τριβή που δέχεται ο κύλινδρος. Μονάδες 6

**Δ3.** το συνολικό έργο των τάσεων που ασκούνται στην τροχαλία, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  έως τη χρονική στιγμή που το σώμα έχει κατέλθει κατά  $8 \text{ m}$ . Μονάδες 6

**Δ4.** το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του, όταν η στροφορμή της τροχαλίας έχει μέτρο  $1,5 \frac{kg \cdot m^2}{s}$  Μονάδες 7

Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ , η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του:  $I_{cm,κυλ.} = \frac{1}{2} M_1 R_1^2$ , η ροπή αδράνειας της τροχαλίας προς τον άξονα περιστροφής της:  $I_{cm,τρ.} = \frac{1}{2} M_2 R_2^2$

Να θεωρήσετε ότι το νήμα δεν ολισθαίνει γύρω από τον κύλινδρο καθώς και στο αυλάκι της τροχαλίας.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

## ΚΡΟΥΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

#### ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

**5.Α.1.** [B Εν. Λύγ. Μα 1999 ΘΕΤΙΚΗ] Μάζα που κινείται οριζόντια με ορμή μέτρου  $10 \text{ kg m/s}$  προσπίπτει σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται οριζόντια με ορμή ίδιου μέτρου. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής είναι

- α. μηδέν.      β.  $5 \text{ kg m/s}$ .      γ.  $10 \text{ kg m/s}$ .      δ.  $20 \text{ kg m/s}$ .      Μονάδες

3

**5.Α.2.** [B Εν. Λογ. Σεπτ 1999 ΤΕΧ/ΚΗ] Κατά την πλαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων διατηρείται

- α. η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων.  
β. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων.  
γ. η ορμή και η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων.  
δ. η ταχύτητα κάθε σώματος.

**5.Α.3.** [B Εν. Λογ. Σεπτ 1999 ΘΕΤΙΚΗ] Για να ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής σε ένα σύστημα σωμάτων, θα πρέπει:

- α. Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων να είναι μηδέν.  
β. Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων να είναι διάφορη του μηδενός.  
γ. Οι δυνάμεις είναι συντηρητικές.  
δ. Να υπάρχουν δυνάμεις τριβής.

**5.Α.4.** [Γ' Εσπερ. Λυκείου Μάι 2000] Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων:

- α. Η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρείται σταθερή.  
β. Η ορμή του συστήματος των σωμάτων διατηρείται σταθερή.  
γ. Η μάζα του συστήματος των σωμάτων μεταβάλλεται.  
δ. Τα σώματα μετά την κρούση κινούνται χωριστά ( με διαφορετικές ταχύτητες).

**5.Α.5.** [B Εν. Λύγ. Μάι 2000] Σε κάθε μετωπική κρούση διατηρείται

- α. η ορμή και η κινητική ενέργεια.      β. η ορμή.  
γ. η κινητική ενέργεια.      δ. η μηχανική ενέργεια.

**5.A.6.** [Γ' Εσπερ. Λυκείου Σεπτ 2000] Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων:

- α. Διατηρείται η συνολική ορμή των σωμάτων και μεταβάλλεται η συνολική κινητική τους ενέργεια.
- β. Μεταβάλλεται η συνολική ορμή των σωμάτων και διατηρείται η συνολική κινητική τους ενέργεια.
- γ. Διατηρείται και η συνολική ορμή των σωμάτων και η συνολική κινητική τους ενέργεια.
- δ. Μεταβάλλεται και η συνολική ορμή των σωμάτων και η συνολική κινητική τους ενέργεια.

**5.A.7.** [B Εν. Λύγ. Σεπτ 2000] Κατά τη μετωπική κρούση δύο σωμάτων η ολική κινητική ενέργεια διατηρείται. Η κρούση τότε χαρακτηρίζεται ως

- α. πλαστική.
- β. ανελαστική.
- γ. ελαστική.
- δ. τελείως ανελαστική.

Μονάδες

4

**5.A.8.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2002] Σε κάθε κρούση ισχύει

- α. η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.
- β. η αρχή διατήρησης της ορμής.
- γ. η αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου.
- δ. όλες οι παραπάνω αρχές.

**5.A.9.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2002] Κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών (οι οποίες κατά τη διάρκεια της κρούσης αποτελούν μονωμένο σύστημα), διατηρείται σταθερή

- α. η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας.
- β. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.
- γ. η ορμή κάθε σφαίρας.
- δ. η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.

Μονάδες 4

**5.A.10.** [ΟΕΦΕ 2002] Η ορμή συστήματος δύο σωμάτων που συγκρούονται διατηρείται:

- α. μόνο στην πλάγια κρούση.
- β. μόνο στην έκκεντρη κρούση.
- γ. μόνο στην κεντρική ελαστική κρούση.
- δ. σε όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις.

**5.A.11.** [ΟΕΦΕ 2003] Μια σφαίρα Α συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β διπλάσιας μάζας. Μετά την κρούση:

- α. η ταχύτητα της σφαίρας Α είναι μηδέν,
- β. η σφαίρα Β θα παραμείνει ακίνητη,
- γ. η σφαίρα Α συνεχίζει προς την ίδια κατεύθυνση,
- δ. μέρος της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α έχει μεταφερθεί στη σφαίρα Β.

**5.A.12.** [ΟΕΦΕ 2004] Κατά τη διάρκεια της κρούσης δυο σωμάτων, διατηρείται:

- α. η ορμή του κάθε σώματος.
- β. η ορμή του συστήματος.
- γ. η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος.
- δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος.

**5.A.13.** [Ημερ. Λόκειο Μά 2005] Μια κρούση λέγεται πλάγια όταν

- α. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
- β. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- γ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.
- δ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.

**5.A.14.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2005] Μια σφαίρα μάζας  $m$  κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u$  και κτυπά μια άλλη σφαίρα μάζας  $M$  η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση η μάζα  $m$  ενσωματώνεται στη μάζα  $M$ . Η ταχύτητα του συσσωματώματος των δύο σφαιρών είναι:

α.  $\frac{Mv}{m+M}$       β.  $\frac{(m+M)v}{m}$       γ.  $\sqrt{\frac{Mv}{m+M}}$       δ.  $\frac{mv}{m+M}$

**5.A.15.** [Εσπ. Λόκειο Μά 2006] Σε μια κρούση δύο σφαιρών

- α. το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών τους μετά από την κρούση.
- β. οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των σφαιρών πριν και μετά από την κρούση βρίσκονται πάντα στην ίδια ευθεία.
- γ. το άθροισμα των ορμών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ορμών τους μετά από την κρούση.
- δ. το άθροισμα των ταχυτήτων των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ταχυτήτων τους μετά από την κρούση.

**5.A.16.** [Ημερ. Λόκειο Μά 2007] Σε μια ελαστική κρούση δεν διατηρείται

- α. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.
- β. η ορμή του συστήματος.
- γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.
- δ. η κινητική ενέργεια κάθε σώματος.

**5.A.17.** [Ημ. Λόκειο Επαναλ Ιουλ 2007] Σώμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $u$ . Στην πορεία συγκρούεται μετωπικά με άλλο σώμα και επιστρέφει κινούμενο με ταχύτητα μέτρου  $2u$ . Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι:

α. 0.      β.  $mu$ .      γ.  $2mu$ .      δ.  $3mu$ .

- 5. A. 18.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2007] Μια ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων χαρακτηρίζεται ως πλαστική όταν,
- α. η ορμή του συστήματος δεν διατηρείται.
  - β. τα σώματα μετά την κρούση κινούνται χωριστά.
  - γ. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
  - δ. οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων, δηλαδή στη δημιουργία συσσωματώματος.
- 5. A. 19.** [ΟΕΦΕ 2007] Σκέδαση είναι
- α. η ανάκλαση του φωτός σε διαφορετικές κατευθύνσεις όταν αυτό προσπίπτει σε τραχείες επιφάνειες,
  - β. το φαινόμενο στο οποίο δύο σωματίδια αλληλεπιδρούν χωρίς να έρθουν σε επαφή, με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρόνο.
  - γ. η αλλαγή της κατεύθυνσης μιας μονοχρωματικής ακτινοβολίας όταν αυτή προσπίπτει σε λεία επιφάνεια,
  - δ. η συμβολή δυο κυμάτων που εκπέμπονται από μη σύγχρονες πηγές.
- 5. A. 20.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2007] Μια αυτοκινητοβιομηχανία για να ελέγξει τους αερόσακους των νέων αυτοκινήτων χρησιμοποιεί δοκιμαστικές κούκλες μάζας 80 kg που μπορούν να συγκρουστούν με ακίνητους αερόσακους. Η ταχύτητα μιας τέτοιας κούκλας είναι 40 m/s. Μετά από 0, 2 s η κούκλα ακινητοποιείται αφού ο αερόσακος έχει ανοίξει. Η μέση δύναμη που δέχεται η κούκλα σε αυτό το χρονικό διάστημα είναι :
- α. 160 N.                      β. 1600 N.                      γ. 16.000 N.                      δ. 160.000 N.
- 5. A. 21.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2008] Σε μια ελαστική κρούση δύο σωμάτων
- α. ένα μέρος της κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική.
  - β. η ορμή κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
  - γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
  - δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.
- 5. A. 22.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2008] Η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων, ονομάζεται
- α. ελαστική.
  - β. ανελαστική.
  - γ. πλαστική.
  - δ. έκκεντρη.
- 5. A. 23.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2008] Σε κάθε κρούση
- α. η συνολική ορμή του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων διατηρείται.
  - β. η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
  - γ. η μηχανική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
  - δ. η ορμή κάθε σώματος διατηρείται σταθερή.

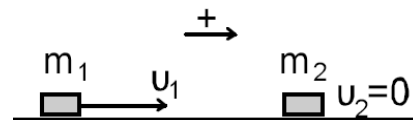
**5.Α.24.** [ΟΕΦΕ 2008] Δύο σφαίρες, με διαφορετικές μάζες, συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Αν αμέσως μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος μηδενίζεται, τότε οι σφαίρες πριν την κρούση είχαν:

- α. ίσες κινητικές ενέργειες. β. ίσες ταχύτητες.  
γ. αντίθετες ορμές. δ. αντίθετες ταχύτητες.

**5.Α.25.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2009] Η ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών

- α. είναι πάντα μη κεντρική. β. είναι πάντα πλαστική.  
γ. είναι πάντα κεντρική. δ. είναι κρούση, στην οποία πάντα μέρος της κινητικής ενέργειας των δύο σφαιρών μετατρέπεται σε θερμότητα.

**5.Α.26.** [ΟΕΦΕ 2009] Η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων του διπλανού σχήματος είναι κεντρική και ελαστική. Τότε:



- α. Αν  $m_1 = m_2$ , θα είναι  $\Delta p_1 = 0$ .  
β. Αν  $m_1 > m_2$ , θα είναι  $\Delta p_1 > 0$ .  
γ. Ισχύει  $\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$  και  $\Delta K_1 = -\Delta K_2$   
δ. Ισχύει  $\Delta \vec{p}_1 = \Delta \vec{p}_2$  και  $\Delta K_1 = \Delta K_2$ .

**5.Α.27.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Μια σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με άλλη ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ . Μετά την κρούση η σφαίρα με μάζα  $m_2$  θα έχει μέγιστη κινητική ενέργεια αν ( αγνοώντας τη βαρύτητα ) ισχύει:

- α.  $m_1 = m_2/4$  β.  $m_1 = m_2/2$  γ.  $m_1 = m_2$  δ.  $m_1 = 2m_2$

**5.Α.28.** [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Δύο σώματα μάζας  $m$ ,  $2m$  κινούνται σε κάθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες  $v$ ,  $v/2$  αντίστοιχα και συγκρούονται πλαστικά. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται από την πλαστική κρούση των σωμάτων θα είναι

- α.  $\frac{3v}{2}$  β.  $\frac{2v}{3}$  γ.  $\frac{\sqrt{2}v}{3}$  δ.  $\frac{\sqrt{3}v}{2}$ .

**5.Α.29.** [Εστ. Λύκειο Μά 2010] Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο συγκρουόμενων σωμάτων είναι μεταξύ τους

- α. κάθετες β. παράλληλες  
γ. ίσες δ. σε τυχαίες διευθύνσεις

**5.Α.30.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2010] Όταν μια μικρή σφαίρα προσπίπτει πλάγια σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται με αυτόν ελαστικά, τότε

- α. η κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια που έχει μετά την κρούση.  
β. η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται κατά την κρούση.  
γ. η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

δ. η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα της σφαίρας.

**5. A. 31.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2010] Στην ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών διατηρείται

- α. η ορμή κάθε σφαίρας.
- β. η ορμή του συστήματος.
- γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.
- δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος.

**5. A. 32.** [ΟΕΦΕ 2010] Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων διατηρείται:

- α. η ορμή του κάθε σώματος
- β. η κινητική ενέργεια του κάθε σώματος
- γ. η ορμή του συστήματος
- δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος

**5. A. 33.** Σε μία πλαστική κρούση

- α. δε διατηρείται η ορμή.
- β. η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της αρχικής.
- γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
- δ. η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της τελικής.

**5. A. 34.** [ΟΕΦΕ 2012]

Δύο σώματα με διαφορετικές μάζες που κινούνται προς αντίθετες κατευθύνσεις συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν μετά την κρούση η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος των μαζών μετατρέπεται εξ' ολοκλήρου σε θερμότητα, τότε τα σώματα πριν την κρούση είχαν:

- α. αντίθετες ταχύτητες
- β. αντίθετες ορμές
- γ. ίσες κινητικές ενέργειες
- δ. ίσες ορμές

**5. A. 35.** [Ημερ. +Εσπ Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2012] Σφαίρα, μάζας  $m_1$ , κινούμενη με ταχύτητα  $\vec{u}_1$ , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ . Οι ταχύτητες  $\vec{u}'_1$  και  $\vec{u}'_2$  των σφαιρών μετά την κρούση

- α. έχουν πάντα την ίδια φορά.
- β. σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $90^\circ$
- γ. έχουν πάντα αντίθετη φορά.
- δ. έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.



- 5.A.36.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2007] Σε μία ελαστική κρούση
- η ορμή και η ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρούνται σταθερές.
  - η ορμή του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.
  - η ορμή του συστήματος των σωμάτων μειώνεται ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται.
  - η ορμή του συστήματος των σωμάτων παραμένει σταθερή ενώ η ολική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.

**ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ**

**5.A.37.** [B Εν. Ανκ. Σεπτ 1999 TEX/ΚΗ] Οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα ενός συστήματος από σώματα του περιβάλλοντός του ονομάζονται .....  
 Αν η συνισταμένη αυτών των δυνάμεων είναι μηδέν τότε το σύστημα ονομάζεται ..... Σε ένα τέτοιο σύστημα ισχύει η αρχή ..... της ορμής. *Μονάδες 3*

**5.A.38.** [Γ' Εσπερ. Λυκείου Μαΐ 2000] Κάθε σύστημα στο οποίο δεν ασκούνται ..... δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν συνισταμένη μηδέν, ονομάζεται..... *Μονάδες 1*

**5.A.39.** [B Εν. Ανκ. Σεπτ 2000] Σώμα Σ<sub>1</sub>, το οποίο κινείται με ταχύτητα υ<sub>1</sub> συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ<sub>2</sub>. Αν υ'<sub>1</sub> και υ'<sub>2</sub> είναι οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση, να μεταφέρεται τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας, σωστά συμπληρωμένο:

$m_1 = m_2$	$v'_1 = \dots\dots\dots$ και $v'_2 = \dots\dots\dots$
$m_1 \ll m_2$	$v'_1 = \dots\dots\dots$ και $v'_2 = \dots\dots\dots$
$m_1 \gg m_2$	$v'_1 = \dots\dots\dots$ και $v'_2 = \dots\dots\dots$

*Μονάδες 9*

**5.A.40.** [Εν. Λύκειο Μαΐ 2002] Μη αδρανειακό είναι ένα σύστημα αναφοράς που ..... σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα.

**5.A.41.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες ονομάζεται .....

**ΣΩΣΤΟΙ-ΛΑΘΟΥΣ**

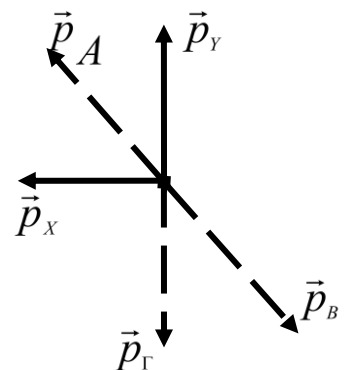
Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

- 5.Α.42.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2002] Ένα σύστημα αναφοράς που επιταχύνεται σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα είναι και αυτό αδρανειακό.
- 5.Α.43.** [ΟΕΦΕ 2002] Η ορμή ενός σώματος είναι ίδια για δύο παρατηρητές που βρίσκονται σε δύο διαφορετικά αδρανειακά συστήματα.
- 5.Α.44.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2003] Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
- 5.Α.45.** [ΟΕΦΕ 2003] Σε μια μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων συμβαίνει πάντοτε ανταλλαγή ταχυτήτων.
- 5.Α.46.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2004] Όταν μια σφαίρα προσκρούει ελαστικά σε ένα τοίχο, τότε πάντα ισχύει  $\vec{v}' = -\vec{v}$  ( $\vec{v}$  η ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση,  $\vec{v}'$  η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση).
- 5.Α.47.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2004] Κατά τη πλαστική κρούση δύο σωμάτων πάντα ισχύει  $\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}}$  ( $\vec{p}$  πριν η ορμή του συστήματος πριν την κρούση,  $\vec{p}$  μετά η ορμή του συστήματος μετά την κρούση).
- 5.Α.48.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2004] Κατά την κρούση δύο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος πάντα διατηρείται.
- 5.Α.49.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2004] Σώμα Α συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με ακίνητο αρχικά σώμα Β που έχει την ίδια μάζα με το Α. Τότε η ταχύτητα του Α μετά την κρούση μηδενίζεται.
- 5.Α.50.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2004] Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση αν οι ταχύτητες των σωμάτων βρίσκονται σε τυχαία διεύθυνση.
- 5.Α.51.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2004] Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.
- 5.Α.52.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2005] Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- 5.Α.53.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2005] Όταν μια σφαίρα μικρής μάζας προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου, ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς από αυτή που είχε πριν από την κρούση.
- 5.Α.54.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2006] Στις ανελαστικές κρούσεις δεν διατηρείται η ορμή.
- 5.Α.55.** [Ημ. Λύκειο Επααλ 2006] Κρούση στο μικρόκοσμο ονομάζεται το φαινόμενο στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρονικό διάστημα.
- 5.Α.56.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2007] Μικρή σφαίρα, που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται ελαστικά και πλάγια με κατακόρυφο τοίχο. Στην περίπτωση αυτή η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

- 5.A.57.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2008] Μία ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι η πλαστική κρούση.
- 5.A.58.** [ΟΕΦΕ 2008] Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται σε τυχαίες μεταξύ τους διευθύνσεις.
- 5.A.59.** [Ημ. Λύκειο Επαλ 2009] Σε μια πλαστική κρούση διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων.
- 5.A.60.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2009] Σε μία πλαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
- 5.A.61.** [ΟΕΦΕ 2009] Σώμα μάζας  $m$  κινείται με ταχύτητα  $u$  και συγκρούεται κάθετα σε ακλόνητη επίπεδη επιφάνεια. Αν η κρούση είναι ελαστική, τότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι  $2mu$  και η μεταβολή του μέτρου της ορμής του είναι μηδέν.
- 5.A.62.** [Ημ. Λύκειο Επαλ 2010] Κατά την ελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών.
- 5.A.63.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2010] Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
- 5.A.64.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2011] Στην ελαστική κρούση δύο σφαιρών η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.
- 5.A.65.** [Ημ.+Εσπερ Λύκειο Επαλ 2011] Η ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων δεν διατηρείται κατά τη διάρκεια μιας ανελαστικής κρούσης.
- 5.A.66.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2011] Στις μη κεντρικές κρούσεις δεν ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το συγκρουόμενο σύστημα σωμάτων.
- 5.A.67.** [ΟΕΦΕ 2011] Όταν δύο σφαίρες συγκρούονται κεντρικά, οι ταχύτητές τους βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τόσο πριν όσο και μετά την κρούση.
- 5.A.68.** [ΟΕΦΕ 2012]  
Σκέδαση στο μικρόκοσμο ονομάζουμε το φαινόμενο στο οποίο τα σωματίδια αλληλεπιδρούν χωρίς να έρθουν σε επαφή με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρονικό διάστημα.
- 5.A.69.** [Εσπερ. Λύκειο Μά 2012] Μια ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι εκείνη που οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων-στη δημιουργία συσσωματώματος.

## ΘΕΜΑ Β

- 5.B.1.** [B Εν. Λόγ. Μά 2000] Ραδιενεργός πυρήνας που ηρεμεί στιγμιαία στη θέση  $O$  διασπάται σε τρία σωματίδια. Τα δύο από αυτά έχουν ορμές  $\vec{p}_X$  και  $\vec{p}_Y$  αμέσως μετά τη διάσπαση, όπως δείχνει το σχήμα.
- Ποιο από τα διανύσματα  $\vec{p}_A, \vec{p}_B, \vec{p}_\Gamma$  του σχήματος αντιστοιχεί στην ορμή του τρίτου σωματιδίου; Μονάδες 3
- Δικαιολογήστε την απάντησή σας. Μονάδες 5



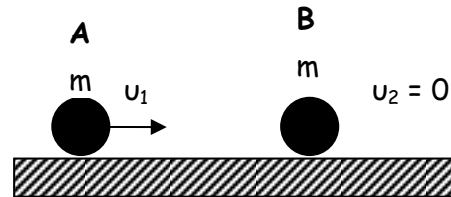
**5.B.2.** [Γ' Εσπερ. Λυκείου Μάι 2000] Σώμα μάζας  $m = 5 \text{ kg}$  έχει ορμή μέτρου  $p = 70 \text{ kg m/s}$ . Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι:

- α.  $7 \text{ m/s}$       β.  $19 \text{ m/s}$       γ.  $14 \text{ m/s}$       δ.  $25 \text{ m/s}$ .      Μονάδες 7

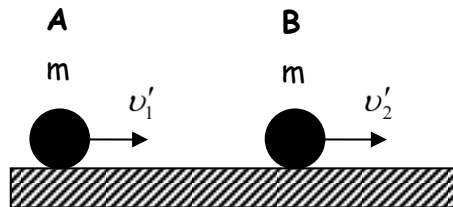
**5.B.3.** [Εν. Λύκειο Μάι 2002] Σφαίρα μάζας  $m$  κινούμενη με ταχύτητα μέτρου  $u_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα ίσης μάζας. Να βρείτε τις σχέσεις που δίνουν τις ταχύτητες των δύο σφαιρών, μετά την κρούση, με εφαρμογή των αρχών που διέπουν την ελαστική κρούση. Μονάδες 8

**5.B.4.** [Γ' Εσπερ. Λυκείου Μάι 2000] Σφαίρα μπιλιάρδου Α συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη σφαίρα Β ακίνητη και ίσης μάζας.

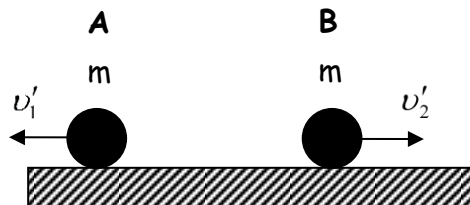
Ποιο από τα παρακάτω σχήματα παριστάνει τις ταχύτητες των δύο σφαιρών αμέσως μετά την κρούση; Μονάδες 8



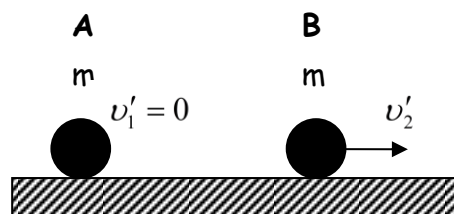
α.



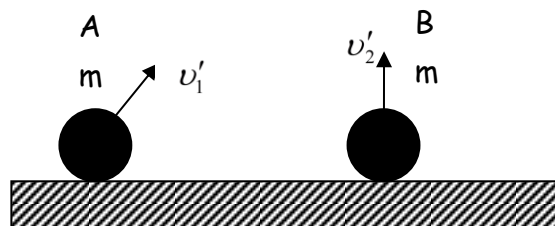
β.



γ.



δ.



**5.B.5.** [ΟΕΦΕ 2002] Δυο σφαίρες Α και Β, ίσων μαζών, κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία και κατά την ίδια φορά με ταχύτητες που έχουν μέτρα  $u_1 = 10 \text{ m/s}$  και  $u_2 = 20 \text{ m/s}$ , αντίστοιχα. Οι δύο σφαίρες συγκρούονται και μετά την κρούση το μέτρο της ταχύτητας

της σφαίρας  $A$  είναι  $v_1' = 16 \text{ m/s}$ . Τι μπορείτε να συμπεράνετε για την κρούση; Είναι ελαστική ή όχι;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**5.B.6.** [Εν. Λύκειο Μα 2003 + Β Εν. Λύκ. Μα 1999 ΘΕΤΙΚΗ] Σφαίρα  $A$  που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη όμοια αλλά ακίνητη σφαίρα  $B$  που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με το μισό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας  $A$ , πριν από την κρούση. Μονάδες 7

**5.B.7.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2003] Σώμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $u_1$ . Το σώμα συγκρούεται με κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με ταχύτητα μέτρου  $u_2$  όπου  $u_2 < u_1$ . Η κρούση είναι

α. Ελαστική.

β. Ανελαστική.

Ποια από τις δύο περιπτώσεις είναι η σωστή;

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**5.B.8.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2004] Μια μικρή σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα μάζας  $m_2$ . Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες ταχύτητες ίσων μέτρων. Ο λόγος των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$  των δύο σφαιρών είναι:

α. 1

β.  $\frac{1}{3}$

γ.  $\frac{1}{2}$

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

**5.B.9.** [Ημ. Λύκειο Επαυλ 2004] Σφαίρα  $A$  μάζας  $m_A$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη ακίνητη σφαίρα  $B$  μάζας  $m_B$ . Το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που έχει μεταφερθεί από την  $A$  στη  $B$  μετά την κρούση γίνεται μέγιστο όταν:

α.  $m_A = m_B$

β.  $m_A < m_B$

γ.  $m_A > m_B$

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

**5.B.10.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2004] Σε μετωπική κρούση δύο σωμάτων  $A$  και  $B$  που έχουν μάζες  $m$  και  $2m$  αντίστοιχα, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των μέτρων των ορμών των δύο σωμάτων πριν από την κρούση είναι

α.  $\frac{1}{2}$ .

β. 2.

γ. 1.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

**5.B.11.** [ΟΕΦΕ 2004] Δύο σώματα  $\Sigma_1$ , και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  κινούνται με ταχύτητες  $\vec{v}_1$  και  $\vec{v}_2$  και συγκρούονται κεντρικά. Αν κατά την κρούση τα δύο σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες, να αποδείξετε ότι:

α. έχουν ίσες μάζες.

β. η κρούση είναι ελαστική.

**5.B.12.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2005] Σώμα μάζας  $m$ , το οποίο έχει κινητική ενέργεια  $K$ , συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας  $4m$ . Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση, είναι

α.  $\frac{5}{4}K$ .                      β.  $K$ .                      γ.  $\frac{7}{4}K$ .                      Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.                      Μονάδες 5

**5.B.13.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2006] Σφαίρα  $\Sigma_1$  κινούμενη προς ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$ , ίσης μάζας με την  $\Sigma_1$ , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτήν. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της  $\Sigma_1$  που μεταβιβάζεται στη  $\Sigma_2$  κατά την κρούση είναι

α. 50%.                      β. 100%.                      γ. 75%.                      Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.                      Μονάδες 4

**5.B.14.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2006] Δύο μικρά σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αν  $\Delta K_1$  είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  και  $\Delta K_2$  είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_2$  λόγω της ελαστικής κρούσης, τότε ισχύει

α.  $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = -1$                       β.  $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = 1$                       γ.  $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = \frac{m_1}{m_2}$ .

Να επιλέξετε

το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση.                      Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.                      Μονάδες 7

**5.B.15.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2007] Ένα αυτοκίνητο Α μάζας  $M$  βρίσκεται σταματημένο σε κόκκινο φανάρι. Ένα άλλο αυτοκίνητο Β μάζας  $m$ , ο οδηγός του οποίου είναι απρόσεκτος, πέφτει στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου Α. Η κρούση θεωρείται κεντρική και πλαστική. Αν αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το  $1/3$  της κινητικής ενέργειας που είχε αμέσως πριν την κρούση, τότε θα ισχύει:

α.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{6}$ .                      β.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{2}$ .                      γ.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{3}$ .                      Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.                      Μονάδες 7

**5.B.16.** [Εσπ. Λυκείου Μά 2007] Σφαίρα μάζας  $m_1$  προσπίπτει με ταχύτητα  $u_1$  σε ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ , με την οποία συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η σφαίρα μάζας  $m_1$  γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το  $1/5$  της αρχικής της τιμής. Για το λόγο των μαζών ισχύει

α.  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{2}$ .                      β.  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}$ .                      γ.  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$ .                      Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.                      Μονάδες 5

**5.Β.17.** [Ημ. Λόγιο Επαναλ. 2007] Δύο σώματα Α και Β με μάζες  $m_A$  και  $m_B$ , αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά. Οι ταχύτητές τους πριν και μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνονται στο παρακάτω (διπλανό) διάγραμμα.

Ο λόγος των μαζών  $m_A$  και  $m_B$  είναι:

$$\alpha. \frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{5} \quad \beta. \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{2}$$

$$\gamma. \frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{3} \quad \delta. \frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{2} \quad \text{Μονάδες 2}$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

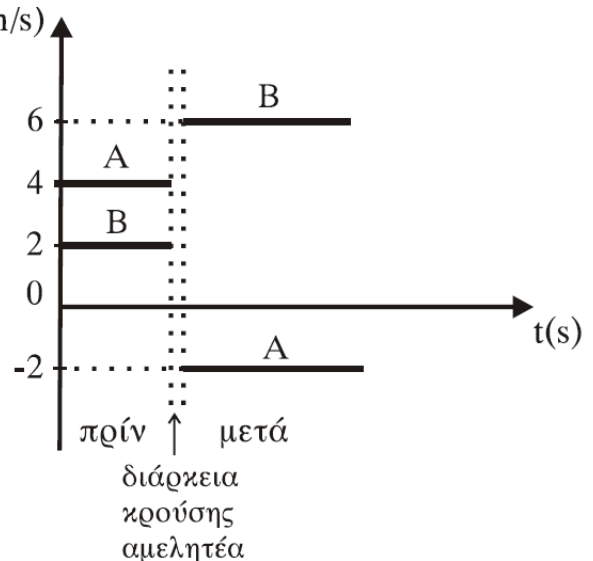
**5.Β.18.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2007] Δύο σώματα Α και Β, με μάζες  $3m$  και  $m$  αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Δίνουμε στο σώμα Β αρχική ταχύτητα  $u$  έτσι ώστε να συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα Α. Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος Β μετά την κρούση;

$$\alpha. -\frac{u}{2} \quad \beta. \frac{u}{2}$$

$$\gamma. \frac{u}{4}$$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



**5.Β.19.** [ΟΕΦΕ 2007] Σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1$  και ταχύτητας  $\vec{v}_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας

$m_2$ . Αν η ταχύτητα του σώματος  $m_1$  μετά την κρούση είναι  $\vec{v}'_1 = -\frac{\vec{v}_1}{2}$ .

$\alpha_1$ ) Ο λόγος των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$  είναι :

$$\text{i) } \frac{1}{3} \quad \text{ii) } \frac{5}{2} \quad \text{iii) } 3$$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

$\alpha_2$ ) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

$\beta_1$ ) Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$  είναι:

$$\text{i) } \frac{3}{2}mv_1 \quad \text{ii) } \frac{1}{2}mv_1 \quad \text{iii) } 0$$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

$\beta_2$ ) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**5.Β.20.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2008] Ακίνητο σώμα  $\Sigma$  μάζας  $M$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u = 100$  m/s σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος  $\Sigma$  και σφηνώνεται σ' αυτό.



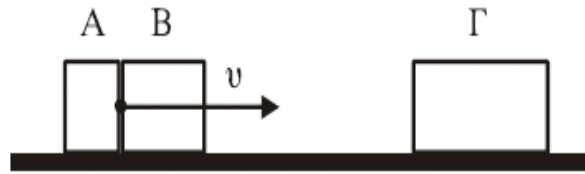


γ. Θα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση

Αιτιολογήστε την απάντησή σας

**5.B.25.** [Ημ+Εσπερ. Λύκειο Μα 2011] Δύο σώματα, το Α με μάζα  $m_1$  και το Β με μάζα  $m_2$ , είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα  $u$ . Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας  $4m_1$ , το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.



Μετά την κρούση το Α σταματά, ενώ το Β κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα  $u/3$ . Τότε θα ισχύει:

α.  $\frac{m_1}{m_2} = 2$

β.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$

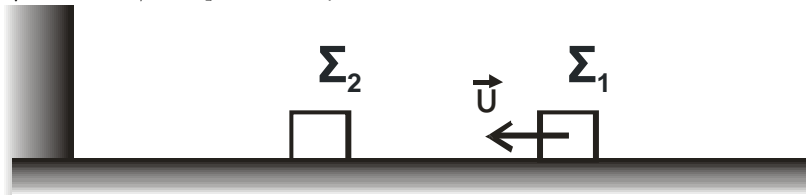
γ.  $\frac{m_1}{m_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7)

Μονάδες 9

**5.B.26.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2011] Στο παρακάτω σχήμα



τα δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι όμοια, το δάπεδο είναι λείο και οριζόντιο και το κατακόρυφο τοίχωμα είναι λείο και ακλόνητο. Το  $\Sigma_2$  είναι αρχικά ακίνητο και το  $\Sigma_1$  κινείται προς το  $\Sigma_2$  με ταχύτητα  $\vec{U}$ . Οι κρούσεις μεταξύ των  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι κεντρικές και ελαστικές και η κρούση του  $\Sigma_2$  με το τοίχωμα είναι ελαστική. Μετά από όλες τις κρούσεις που θα μεσολαβήσουν

α. το  $\Sigma_1$  κινείται με ταχύτητα  $-\vec{U}$ , ενώ το  $\Sigma_2$  είναι ακίνητο.

β. τα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  κινούνται με ταχύτητα  $-\frac{\vec{U}}{2}$ .

γ. το  $\Sigma_1$  ακινητοποιείται, ενώ το  $\Sigma_2$  κινείται με ταχύτητα  $2\vec{U}$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή φράση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Μονάδες 9

**5.B.27.** [ΟΕΦΕ 2012]

Πέντε σφαίρες ίδιας μάζας και ακτίνας βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο έτσι ώστε τα κέντρα τους να είναι στην ίδια ευθεία, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Εκτοξεύουμε την πρώτη σφαίρα με ταχύτητα  $v$  και κατεύθυνση προς την επόμενη ενώ όλες οι υπόλοιπες είναι αρχικά ακίνητες. Με αυτόν τον τρόπο όλες οι σφαίρες συγκρούονται μεταξύ τους και όλες οι κρούσεις είναι πλαστικές. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που έγινε θερμότητα κατά την τελευταία κρούση είναι:

- α. 20%                      β. 5%                      γ. 80%

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 4).

### ΘΕΜΑ Γ

**5.Γ.1.** [Γ' Εσπερ. Αυγείου Μάι 2000] Βλήμα μάζας  $m = 0,1\text{ kg}$  κινείται με σταθερή οριζόντια ταχύτητα  $u_1 = 100\text{ m/s}$  και σφηνώνεται σε ένα ακίνητο κομμάτι ξύλου μάζας  $M = 1,9\text{ kg}$ . Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ξύλο - βλήμα κινείται ελεύθερα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογιστούν:

- α. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 12

- β. Η κινητική ενέργεια του βλήματος που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση.

Μονάδες 13

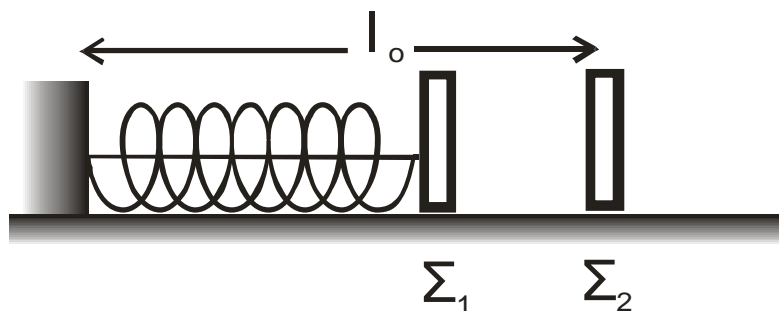
**5.Γ.2.** [B Εν. Λύγ. Σεπτ 2000] Βλήμα μάζας  $m = 1\text{ kg}$ , το οποίο κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u = 200\text{ m/s}$  συναντά ξύλινο κιβώτιο μάζας  $M = 99\text{ kg}$ , που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντια επιφάνεια και σφηνώνεται σ' αυτό. Η κρούση βλήματος - κιβωτίου είναι πλαστική. Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα αρχίζει να ολισθαίνει και τελικά σταματά σε απόσταση  $x = 0,4\text{ m}$ . Να υπολογίσετε:

- α. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.                      Μονάδες 8

- β. Την απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.                      Μονάδες 8

- γ. Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του συσσωματώματος και της οριζόντιας επιφάνειας. Δίνεται  $g = 10\text{ m/s}^2$ .                      Μονάδες 9

**5.Γ.3.** [Ημερ. Λύγείο Μάι 2006] Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμελητέων διαστάσεων, με μάζες



$m_1 = 1\text{ kg}$  και  $m_2 = 3\text{ kg}$  αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στη μία άκρη οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100\text{ N/m}$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοή-

Θεία νήματος είναι συσπειρωμένο κατά  $0,2\text{m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το  $\Sigma_2$  ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος  $\ell_0$  του ελατηρίου. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα  $\Sigma_1$  κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$ . Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε

- α. την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  λίγο πριν την κρούση του με το σώμα  $\Sigma_2$ . Μονάδες 6
- β. τις ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 6
- γ. την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma_1$ , μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο. Μονάδες 6
- δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  όταν το σώμα  $\Sigma_1$  ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά. Μονάδες 7

Δεχθείτε την κίνηση του σώματος  $\Sigma_1$  τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς  $k$ . Δίνεται  $\pi=3,14$

**5.Γ.4.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2010] Ένα σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1=1\text{ kg}$  κινείται με ταχύτητα  $u_1=10\text{ m/s}$  σε λείο οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα  $x'x$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3\text{ kg}$  που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το  $\Sigma_1$ . Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα και η φορά της ταχύτητας  $u_1$  θετική. Να υπολογίσετε:

- Γ1. την ταχύτητα του  $\Sigma_1$  μετά την κρούση. Μονάδες 6
- Γ2. την ταχύτητα του  $\Sigma_2$  μετά την κρούση. Μονάδες 6
- Γ3. την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά την κρούση τους. Μονάδες 6
- Γ4. την αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$ , λόγω της κρούσης. Μονάδες 7

## ΘΕΜΑ Δ

**5.Δ.1.** [Δέσμες 1985] Από τη κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως  $\varphi = 30^\circ$ , στερεώνεται δια μέσου ιδανικού ελατηρίου σώμα μάζας  $m_1 = 2\text{ kg}$  και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα επάνω σώμα μάζας  $m_2 = 3\text{ kg}$  και αρχικής ταχύτητας  $u_0 = 5\text{ m/s}$  που έχει τη διεύθυνση του ελατηρίου. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και η κρούση είναι πλα-

στική. Η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων είναι  $0,9 \text{ m}$ . Αν η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου μετά τη κρούση είναι  $0,2 \text{ m}$  να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και οι τριβές δεν λαμβάνονται υπόψη.

**5.Δ.2.** [Δέσμες 1988] Ένα κομμάτι ξύλο μάζας  $M = 1,9 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους  $\ell = 0,9 \text{ m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ξύλο ισορροπεί με το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Βλήμα μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$ , που κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u_0$ , σφηνώνεται στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα-ξύλο εκτρέπεται ώστε η μέγιστη απόκλιση του νήματος από την αρχική κατακόρυφη θέση του να είναι  $\varphi = 60^\circ$ . Να υπολογιστούν

α. Η ταχύτητα  $u_0$  του βλήματος.

β. το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-ξύλο κατά τη κρούση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**5.Δ.3.** [Δέσμες 1989] Από τη κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους  $h = 1,6 \text{ m}$  και γωνίας κλίσεως  $\varphi = 30^\circ$  αφήνεται να ολισθήσει σώμα μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$ . Στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου το σώμα συναντά λείο οριζόντιο επίπεδο στο οποίο και κινείται μέχρις ότου συγκρουσθεί πλαστικά με σώμα μάζας  $m_2 = 4 \text{ kg}$ . Το συσσωμάτωμα κινούμενο συναντά και συσπειρώνει ιδανικό οριζόντιο ελατήριο, το οποίο έχει μόνιμα στερεωμένο το ένα του άκρο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης επί του κεκλιμένου επιπέδου είναι  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{4}$  να υπολογισθούν:

α. Η συσπίρωση του ελατηρίου.

β. Το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της αρχικής ενέργειας του σώματος  $m_1$  κατά την ολίσθησή του επί του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $k = 1000 \text{ N/m}$ . Δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά τη στιγμή που το σώμα  $m_1$  συναντά το οριζόντιο επίπεδο.

**5.Δ.4.** [Δέσμες 1990] Δύο σφαίρες αμελητέων ακτίνων με μάζες  $m_1$  και  $m_2$ , όπου  $m_1 = m_2$  αφήνονται διαδοχικά να πέσουν από το ίδιο ύψος  $h_1 = 18 \text{ m}$  επί οριζοντίου επιπέδου. Οι σφαίρες κινούνται πάνω στην ίδια κατακόρυφο. Αφήνεται πρώτα η σφαίρα μάζας  $m_1$  και μετά η σφαίρα μάζας  $m_2$ . Η σφαίρα μάζας  $m_1$  προσκρούει στο οριζόντιο επίπεδο και αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω. Μόλις αποχωρισθεί από το επίπεδο συγκρούεται μετωπικά με την κατερχόμενη σφαίρα μάζας  $m_2$ . Να βρεθεί το ύψος  $h_2$ , στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα μάζας  $m_2$ . Να θεωρηθεί ότι, όταν οι σφαίρες συγκρούονται, έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση  $h_1$  από σημείο εκκινήσεως. Όλες οι κρούσεις είναι απολύτως ελαστικές και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

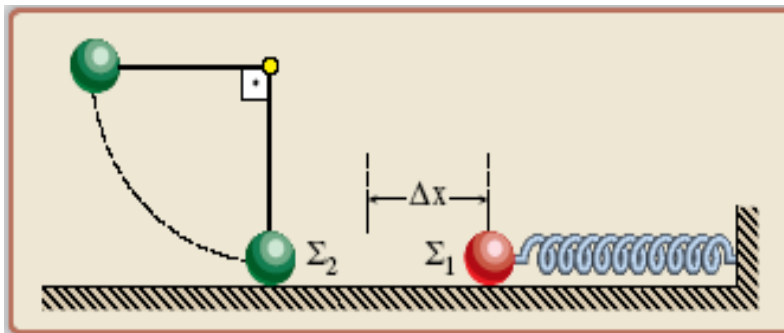
**5.Δ.5.** [B Ev. Λογ. Σεπτ 1999] Δύο σφαίρες με μάζες  $m_1 = 1 \text{ kg}$  και  $m_2 = 2 \text{ kg}$  κινούνται, χωρίς να περιστρέφονται, πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο στην ίδια διεύθυνση με αντί-

Θετη φορά και με ταχύτητες που έχουν μέτρα  $u_1 = 10 \text{ m/s}$  και  $u_2 = 2 \text{ m/s}$  αντίστοιχα. Οι σφαίρες συγκρούονται μετωπικά και μετά την κρούση η σφαίρα μάζας  $m_1$  κινούμενη στην αρχική διεύθυνση και φορά έχει ταχύτητα μέτρου  $v_1' = 4 \text{ m/s}$ .

- α. Να βρεθεί η ταχύτητα της σφαίρας μάζας  $m_2$  μετά την κρούση. Μονάδες 9
- β. Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών πριν την κρούση. Μονάδες 9
- γ. Να δικαιολογηθεί αν η κρούση ήταν ελαστική ή ανελαστική. Μονάδες 7

**5.Δ.6.** [B Ev. Λύκ. Μάι 2000] Το ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$

είναι ακλόνητα στερεωμένο όπως δείχνει το σχήμα. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου τοποθετείται σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$ , χωρίς να είναι συνδεδεμένο με το ελατήριο, και προκαλείται συσπίρωση του ελατηρίου κατά  $\Delta x$ . Το σώμα

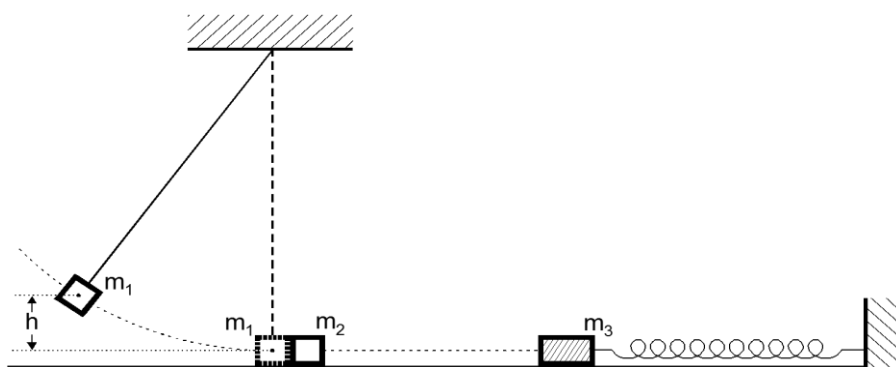


$\Sigma_1$  αφήνεται ελεύθερο, οπότε αυτό κινείται κατά μήκος του λείου οριζόντιου επιπέδου. Στο σημείο Γ, το σώμα  $\Sigma_1$  έχει ταχύτητα  $u_1 = 8 \text{ m/s}$  και συγκρούεται με σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$ , που ισορροπεί κατακόρυφα, δεμένο στην άκρη αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους  $L = 0,35 \text{ m}$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι σταθερά προσαρμοσμένο σε ακλόνητο σημείο. η κρούση των σωμάτων είναι μετωπική και ελαστική. Να υπολογιστούν

- α. η παραμόρφωση του ελατηρίου. Μονάδες 5
- β. οι ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 7
- γ. η ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_2$ , όταν το νήμα σχηματίζει γωνία  $90^\circ$  με την κατακόρυφο. Μονάδες 6
- δ. το μέτρο της συνολικής ώθησης που δέχεται το σώμα  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση και μέχρι το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία  $90^\circ$ . Μονάδες 7

**5.Δ.7.** [Hμ. Λύκειο Επαναλ 2003] Σώμα μάζας  $m_1 = 0,1 \text{ kg}$ , που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην

κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 2 \text{ m/s}$  και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ , όπου  $m_2 = m_1$ .



Το σώμα μάζας  $m_2$ , με-

τά την σύγκρουση, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και

πλαστικά με σώμα μάζας  $m_3 = 0,7 \text{ kg}$ . Το σώμα μάζας  $m_3$  είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 20 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Τη στιγμή της σύγκρουσης, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και ο άξονάς του συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος μάζας  $m_2$ . Να θεωρήσετε αμελητέα τη χρονική διάρκεια των κρούσεων και τη μάζα του νήματος.

Να υπολογίσετε:

- α. το ύψος  $h$  από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας  $m_1$ . Μονάδες 5
- β. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$ , με την οποία προσκρούει στο σώμα μάζας  $m_3$ . Μονάδες 5
- γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα που προέκυψε από την πλαστική κρούση. Μονάδες 7
- δ. το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος μετά από χρόνο  $t = \frac{\pi}{15} \text{ s}$  από τη χρονική στιγμή που αυτό άρχισε να κινείται. Μονάδες 8

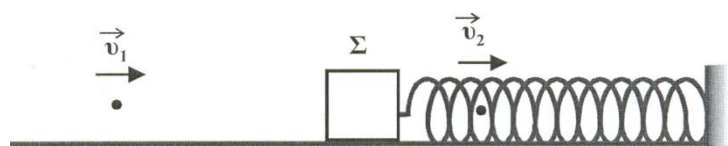
Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\text{συν} \frac{\pi}{3} = 0,5$ .

**5.Δ.8.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2003] Σώμα μάζας  $m_1 = 3 \text{ kg}$  είναι στερεωμένο στην άκρη οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 400 \text{ N/m}$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο  $T$  και πλάτος  $A = 0,4 \text{ m}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης. Τη χρονική στιγμή  $t = \frac{T}{6}$ , ένα σώμα μάζας  $m_2 = 1 \text{ kg}$  που κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το σώμα μάζας  $m_1$  και έχει ταχύτητα μέτρου  $u_2 = 8 \text{ m/s}$  συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αυτό. Να υπολογίσετε

- α. την αρχική φάση της ταλάντωσης του σώματος μάζας  $m_1$ . Μονάδες 5
- β. τη θέση στην οποία βρίσκεται το σώμα μάζας  $m_1$  τη στιγμή της σύγκρουσης. Μονάδες 7
- γ. την περίοδο ταλάντωσης του συσσωματώματος. Μονάδες 6
- δ. την ενέργεια της ταλάντωσης μετά την κρούση. Μονάδες 7

Δίνονται:  $\eta\mu \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ ,  $\text{συν} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**5.Δ.9.** [Εσπ. Λύκειο Μά 2004] Σώμα  $\Sigma$  μάζας  $M = 0,1 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ελατηρίου και ηρεμεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι σταθερά συνδεδεμένο με κατακόρυφο τοίχο. Μεταξύ σώματος και οριζώντιου δαπέδου δεν εμφανίζονται τριβές. Βλήμα μάζας  $m = 0,001 \text{ kg}$  κινούμενο κατά μή-



κος του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα  $u_1 = 200 \text{ m/s}$  διαπερνά ακαριαία το σώμα  $\Sigma$  και κατά την έξοδό του η ταχύτητά του γίνεται  $u_2 = u_1 / 2$ . Να βρεθούν:

- α. Η ταχύτητα  $V$  με την οποία θα κινηθεί το σώμα  $\Sigma$  αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος. Μονάδες 6
  - β. Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου. Μονάδες 6
  - γ. Η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται το σώμα  $\Sigma$ . Μονάδες 6
  - δ. Η ελάττωση της μηχανικής ενέργειας κατά την παραπάνω κρούση. Μονάδες 7
- Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου  $k = 1000 \text{ N/m}$ .

**5.Δ.10.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2004] Σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1 = 1 \text{ kg}$  και ταχύτητα  $u_1$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα  $x'x$  χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται με σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$  που αρχικά είναι ακίνητο. Η κρούση οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων.



1. Να δικαιολογήσετε γιατί το συσσωμάτωμα που προκύπτει από τη συγκόλληση θα συνεχίσει να κινείται κατά μήκος του άξονα  $x'x$ . Μονάδες 5
2. Να εξηγήσετε γιατί η θερμοκρασία του συσσωματώματος θα είναι μεγαλύτερη από την αρχική κοινή θερμοκρασία των δύο σωμάτων. Μονάδες 5
3. Να υπολογίσετε το λόγο  $K_2/K_1$  όπου  $K_2$  η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος και  $K_1$  η κινητική ενέργεια του σώματος  $\Sigma_1$  πριν την κρούση. Μονάδες 8
4. Να δικαιολογήσετε αν ο λόγος  $K_2/K_1$  μεταβάλλεται ή όχι στην περίπτωση που το σώμα μάζας  $m_1$  εκινείτο με ταχύτητα διπλάσια της  $u_1$ . Μονάδες 7

**5.Δ.11.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2005] Έστω σώμα ( $\Sigma$ ) μάζας  $M = 1 \text{ kg}$  και κωνικό βλήμα ( $\beta$ ) μάζας  $m = 0,2 \text{ kg}$ . Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα ( $\Sigma$ ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια  $100 \text{ J}$ .

Έστω τώρα ότι το σώμα ( $\Sigma$ ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πυροβολείται με το βλήμα ( $\beta$ ). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια  $K$  προσκρούει στο σώμα ( $\Sigma$ ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.



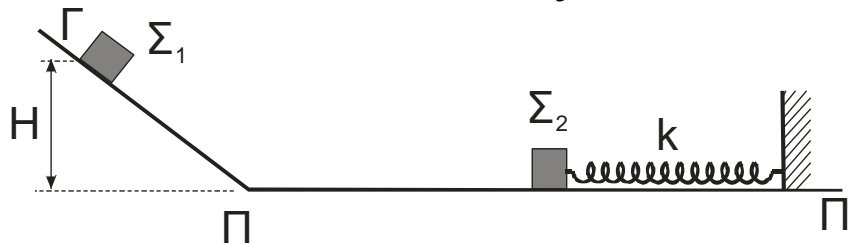
- α. Για  $K = 100 \text{ J}$  θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα ( $\Sigma$ );  
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. Μονάδες 7
- β. Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια  $K$  που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα ( $\Sigma$ ); Μονάδες 12

γ. Για ποια τιμή του λόγου  $\frac{m}{M}$  το βλήμα με κινητική ενέργεια  $K = 100 \text{ J}$  σφηνώνεται

ολόκληρο στο (Σ); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**5.Δ.12.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2005] Το σώμα  $\Sigma_2$  του σχήματος που έχει μάζα  $m_2 = 2 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα  $\Sigma_2$  ταλαντώνεται οριζόντια πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ' με πλάτος  $A = 0,1 \text{ m}$  και περίοδο  $T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$ .



**A.** Να υπολογίσετε:

1. Την τιμή της σταθεράς  $k$  του ελατηρίου.

Μονάδες 6

2. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_2$ .

Μονάδες 6

**B.** Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος με μάζα  $m_1 = 2 \text{ kg}$  αφήνεται ελεύθερο να ολισθήσει πάνω στο λείο πλάγιο επίπεδο, από τη θέση Γ. Η κατακόρυφη απόσταση της θέσης Γ από το οριζόντιο επίπεδο είναι  $H = 1,8 \text{ m}$ . Το σώμα  $\Sigma_1$ , αφού φθάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, συνεχίζει να κινείται, χωρίς να αλλάξει μέτρο ταχύτητας, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ'. Το  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά (κεντρικά) και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$  τη στιγμή που το  $\Sigma_2$  έχει τη μέγιστη ταχύτητά του και κινείται αντίθετα από το  $\Sigma_1$ .

1. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου μετά από αυτή την κρούση.

Μονάδες 7

2. Να δείξετε πως στη συνέχεια το σώμα  $\Sigma_2$  θα προλάβει το σώμα  $\Sigma_1$  και θα συγκρουστούν πάλι πριν το σώμα  $\Sigma_1$  φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου.

Η απόσταση από τη βάση του πλάγιου επιπέδου μέχρι το κέντρο της ταλάντωσης του

$\Sigma_2$  είναι αρκετά μεγάλη. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

Μονάδες 6

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**5.Δ.13.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2008] Σώμα μάζας  $m_1$  κινού-

μενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 15 \text{ m/s}$  κεντρικά και ελαστικά με ακί-

νητο σώμα μάζας  $m_2$ . Η χρονική διάρκεια της κρού-

σης θεωρείται αμελητέα.





Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας  $m_1$  κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου  $u_1' = 9 \text{ m/s}$ .

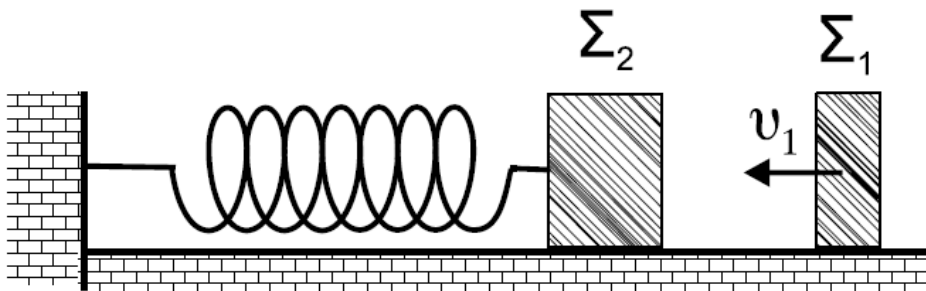
α. Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών  $m_1/m_2$ . Μονάδες 6

β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 6

γ. Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας  $m_2$  λόγω της κρούσης. Μονάδες 6

δ. Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.  
Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι  $\mu = 0,1$ .  
Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Μονάδες 7

**5.Δ.14.** [Εσπ. Λύκειο Μα 2010] Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος έχει μάζα  $1\text{kg}$ , κινείται με ταχύτητα  $u_1=8\text{m/s}$  σε λείο και οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $3\text{kg}$ . Το  $\Sigma_2$  είναι δεμένο στην άκρη οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς  $300\text{N/m}$ , που βρίσκεται στο φυσικό μήκος του.



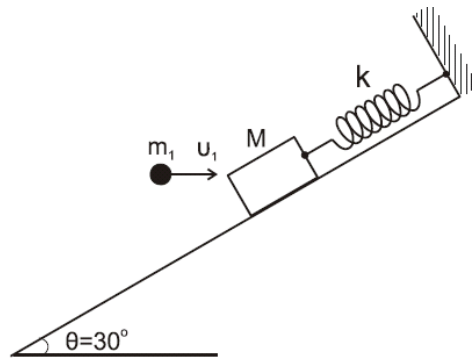
Να υπολογίσετε:

- Δ1. τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση. Μονάδες 6
- Δ2. την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_2$ . Μονάδες 6
- Δ3. την ενέργεια με την οποία ταλαντώνεται το σώμα  $\Sigma_2$ . Μονάδες 6
- Δ4. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων όταν το  $\Sigma_2$  επιστρέφει για πρώτη φορά στο σημείο της κρούσης. Μονάδες 7

**5.Δ.15.** [Ημερ. Λύκειο Επαναλ 2012] Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας  $m_1=m=1\text{kg}$ , κινούμενη με ταχύτητα  $u=\frac{4}{3}\text{m/s}$ , συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας  $m_2=m$ , που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων  $u_1$  και  $u_2 = \frac{u_1}{\sqrt{3}}$ , αντίστοιχα.

- Δ1. Να βρείτε τη γωνία  $\varphi$  που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας  $\vec{u}_2$  με το διάνυσμα της ταχύτητας  $\vec{u}_1$ . Μονάδες 8
- Δ2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων  $u_1$  και  $u_2$ . Μονάδες 4

Σώμα μάζας  $M=3m$  ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς  $k=100 \text{ N/m}$ , που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας  $\theta = 30^\circ$ , όπως στο σχήμα.



Η σφαίρα, μάζας  $m_1$ , κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα  $\vec{u}_1$ , σφηνώνεται στο σώμα  $M$ .

**Δ3.** Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων ( $M, m_1$ ) κατά την κρούση. **Μονάδες 6**

**Δ4.** Δεδομένου ότι το συσσωμάτωμα ( $M, m_1$ ) μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, να βρείτε το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης αυτής. **Μονάδες 7**

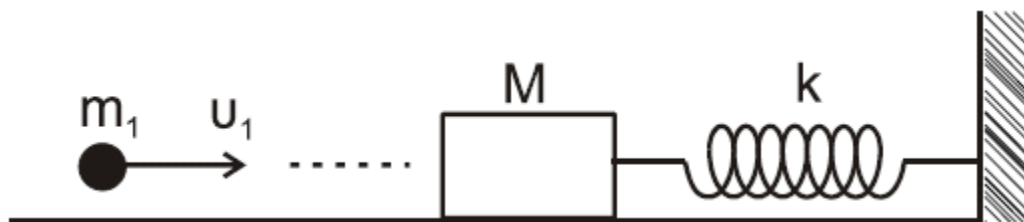
Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \frac{m}{s^2}$ ,  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**5.Δ.16.** [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2012] Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας  $m_1 = m = 1\text{kg}$ , κινούμενη με ταχύτητα  $u = \frac{4}{3} \text{m/s}$ , συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας  $m_2 = m$ , που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων  $u_1$  και  $u_2 = \frac{u_1}{\sqrt{3}}$ , αντίστοιχα.

**Δ1.** Να βρείτε τη γωνία  $\varphi$  που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας  $\vec{u}_2$  με το διάνυσμα της ταχύτητας  $\vec{u}_1$ . **Μονάδες 8**

**Δ2.** Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων  $u_1$  και  $u_2$ . **Μονάδες 4**

Σώμα μάζας  $M=3m$  ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς  $k=100\text{N/m}$ , που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο, Το ελατήριο βρίσκεται στη θέση του φυσικού του μήκους.



Η σφαίρα, μάζας  $m_1$ , κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα  $\vec{u}_1$ , σφηνώνεται στο σώμα  $M$ .

**Δ3.** Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων ( $M, m_1$ ) κατά την κρούση. **Μονάδες 6**

**Δ4.** Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ συσσωματώματος ( $M, m_1$ ) και οριζοντίου επιπέδου είναι  $\mu = \frac{1}{12}$  και η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου μετά την κρούση είναι  $x_{\max} = 0,02\text{m}$ , να βρεθεί η σταθερά  $k$  του ελατηρίου. **Μονάδες 7**

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \frac{m}{s^2}$ .

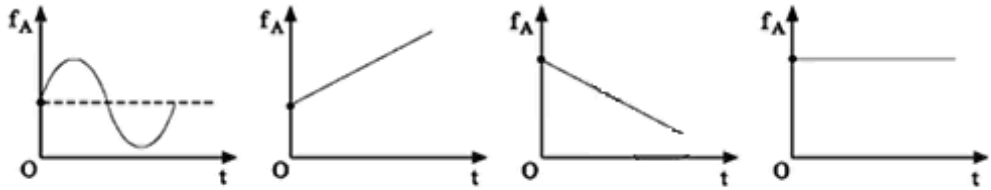
## • ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER

### ΘΕΜΑ Α

#### ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

**5.Α.70.** [ΟΕΦΕ 2002] Παρατηρητής πλησιάζει προς ακίνητη πηγή, η οποία εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$ . Αν η κίνηση του παρατηρητή είναι επιβραδυνόμενη, ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα αποδίδει τη μεταβολή της συχνότητας  $f_A$  του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής σε συνάρτηση με το χρόνο :



α. Το διάγραμμα

α.

β. Το διάγραμμα β.

γ. Το διάγραμμα γ.

δ. Το διάγραμμα δ.

**5.Α.71.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2003] Παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα  $U_A$  ακίνητη ηχητική πηγή και αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_A$ . Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι  $U$ , τότε η συχνότητα  $f_s$  του ήχου που εκπέμπει η πηγή είναι ίση με:

α.  $\frac{U}{U+U_A} f_A$     β.  $\frac{U}{U-U_A} f_A$     γ.  $\frac{U+U_A}{U} f_A$     δ.  $\frac{U-U_A}{U} f_A$  .

**5.Α.72.** [ΟΕΦΕ 2004] Όταν ένας παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα προς μία ακίνητη πηγή ήχου, ο ήχος που ακούει έχει συχνότητα:

α. ίδια με αυτή της πηγής.

β. μικρότερη από αυτή της πηγής.

γ. μεγαλύτερη από αυτή της πηγής.

δ. ίδια με τη συχνότητα του ήχου που ακούει, όταν απομακρύνεται από την πηγή με την ίδια ταχύτητα.

**5.Α.73.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2006] Ηχητική πηγή και παρατηρητής βρίσκονται σε σχετική κίνηση. Ο παρατηρητής ακούει ήχο μεγαλύτερης συχνότητας από αυτόν που παράγει η πηγή, μόνο όταν

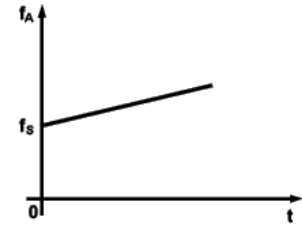
α. η πηγή είναι ακίνητη και ο παρατηρητής απομακρύνεται από αυτήν.

β. ο παρατηρητής είναι ακίνητος και η πηγή απομακρύνεται από αυτόν.

γ. ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται με ομόρροπες ταχύτητες, με τον παρατηρητή να προπορεύεται και να έχει κατά μέτρο μεγαλύτερη ταχύτητα από αυτήν της πηγής.

δ. ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται με ομόρροπες ταχύτητες, με την πηγή να προπορεύεται και να έχει κατά μέτρο ταχύτητα μικρότερη από αυτήν του παρατηρητή.

**5.A.74.** [ΟΕΦΕ 2006] Ακίνητος παρατηρητής αρχίζει, τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , αρχίζει να κινείται ως προς ακίνητη πηγή, η οποία εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$ . Αν ο παρατηρητής κινείται επί της ευθείας που τον συνδέει με την πηγή και η σχέση της συχνότητας  $f_A$  του ήχου που αντιλαμβάνεται αυτός σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$ , δίνεται από το διπλανό διάγραμμα, τότε ο παρατηρητής:



- α. πλησιάζει προς την πηγή κινούμενος με σταθερή ταχύτητα.
- β. απομακρύνεται από την πηγή κινούμενος με σταθερή ταχύτητα.
- γ. πλησιάζει προς την πηγή κινούμενος με σταθερή επιτάχυνση.
- δ. απομακρύνεται από την πηγή κινούμενος με σταθερή επιτάχυνση.

**5.A.75.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ Ιουλ 2007] Δεν έχουμε φαινόμενο Doppler όταν:

- α. ο παρατηρητής είναι ακίνητος και απομακρύνεται η πηγή.
- β. ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση με την ίδια ταχύτητα.
- γ. ο παρατηρητής είναι ακίνητος και πλησιάζει η πηγή.
- δ. η πηγή είναι ακίνητη και πλησιάζει ο παρατηρητής.

**5.A.76.** [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2007] Ένας παρατηρητής βρίσκεται ακίνητος στην αποβάθρα ενός σταθμού την ώρα που πλησιάζει ένα τρένο, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η σειρήνα του τρένου εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_S$ . Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι

- α. ίση με τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο μηχανοδηγός του τρένου.
- β. μεγαλύτερη από τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο μηχανοδηγός του τρένου.
- γ. μικρότερη από τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο μηχανοδηγός του τρένου.
- δ. ίση με τη συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η σειρήνα του τρένου.

**5.A.77.** [Εξ. Ελλήνων του εξωτερικού 2008] Παρατηρητής Α κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_A$  προς ακίνητη πηγή ήχου S, όπως φαίνεται στο σχήμα, αρχικά πλησιάζοντας και στη συνέχεια απομακρυνόμενος απ' αυτή.



Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο με συχνότητα που είναι:

- α. συνεχώς μεγαλύτερη από τη συχνότητα της πηγής.
- β. συνεχώς μικρότερη από τη συχνότητα της πηγής.
- γ. αρχικά μεγαλύτερη και στη συνέχεια μικρότερη από τη συχνότητα της πηγής.
- δ. αρχικά μικρότερη και στη συνέχεια μεγαλύτερη από τη συχνότητα της πηγής.

**5.A.78.** [ΟΕΦΕ 2008] Περιπολικό της αστυνομίας έχει τη σειρήνα του σε λειτουργία και καταδιώκει ένα αυτοκίνητο. Το περιπολικό και το αυτοκίνητο κινούνται επάνω στην ί-

δια ευθεία. Αν ο οδηγός του αυτοκινήτου, κατά την προσπάθεια διαφυγής του, αντιλαμβάνεται τον ήχο της σειρήνας με την ίδια συχνότητα που τον αντιλαμβάνεται και ο οδηγός του περιπολικού, τότε:

- α. Το περιπολικό πλησιάζει το αυτοκίνητο.
- β. Το περιπολικό και το αυτοκίνητο κινούνται με ίσες ταχύτητες.
- γ. Το αυτοκίνητο απομακρύνεται από το περιπολικό.
- δ. Το περιπολικό σταμάτησε την καταδίωξη.

**5.A.79.** [Ημερ. Λύκειο Μα 2011] Μία ηχητική πηγή πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα προς έναν ακίνητο παρατηρητή και εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$  και μήκους κύματος  $\lambda$ . Τότε ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο

- α. με συχνότητα μικρότερη της  $f_s$ .
- β. με συχνότητα ίση με την  $f_s$ .
- γ. με μήκος κύματος μικρότερο του  $\lambda$ .
- δ. με μήκος κύματος ίσο με το  $\lambda$ .

**5.A.80.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2011] Παρατηρητής απομακρύνεται με σταθερή ταχύτητα  $v_A$  από ακίνητη ηχητική πηγή, η οποία εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$ . Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι  $v$ , η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι

$$\alpha. f_A = \frac{v}{v - v_A} f_s$$

$$\beta. f_A = \frac{v - v_A}{v} f_s$$

$$\gamma. f_A = \frac{v_A - v}{v} f_s$$

$$\delta. f_A = \frac{v + v_A}{v} f_s$$

### **ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ**

**5.A.81.** [Εν. Λύκειο Μα 2003] Ένας παρατηρητής ακούει ήχο με συχνότητα ..... από τη συχνότητα μιας πηγής, όταν η μεταξύ τους απόσταση ελαττώνεται.

### **ΣΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ**

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

**5.A.82.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2002] Καθώς παρατηρητής πλησιάζει ακίνητη ηχητική πηγή, αντιλαμβάνεται ήχο του οποίου η συχνότητα είναι μεγαλύτερη από αυτήν που παράγει η πηγή.

**5.A.83.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2003] Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ένας ακίνητος παρατηρητής, καθώς μια ηχητική πηγή πλησιάζει ισοταχώς προς αυτόν, είναι μεγαλύτερη από τη συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η πηγή.

- 5. A. 84.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Το φαινόμενο Doppler ισχύει και στην περίπτωση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.
- 5. A. 85.** [ΟΕΦΕ 2004] Στο φαινόμενο Doppler οι ταχύτητες της πηγής και ήχου παρατηρητή αναφέρονται στο σύστημα αναφοράς του μέσου διάδοσης.
- 5. A. 86.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2006] Το φαινόμενο Doppler χρησιμοποιείται από τους γιατρούς, για να παρακολουθούν τη ροή του αίματος.
- 5. A. 87.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2006] Η σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Doppler για το φως είναι διαφορετική από αυτή που ισχύει για τον ήχο.
- 5. A. 88.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2006] Το φαινόμενο Doppler εμφανίζεται στα μηχανικά κύματα και όχι στα ηλεκτρομαγνητικά.
- 5. A. 89.** [ΟΕΦΕ 2007] Το φαινόμενο Doppler ισχύει μόνο στα ηχητικά κύματα,
- 5. A. 90.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2008] Η συχνότητα του ήχου της σειρήνας του τρένου, την οποία αντιλαμβάνεται ο μηχανοδηγός, είναι σε όλη τη διάρκεια της κίνησης σταθερή.
- 5. A. 91.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2009] Όταν ένας παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα μια ακίνητη ηχητική πηγή, τότε ακούει ήχο μικρότερης συχνότητας (βαρύτερο) από αυτόν που παράγει η πηγή.
- 5. A. 92.** [ΟΕΦΕ 2010] Όταν ένας ποδηλάτης απομακρύνεται από μία ακίνητη ηχητική πηγή, ακούει ήχο με συχνότητα μεγαλύτερη από τη συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η πηγή.
- 5. A. 93.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2012] Βασιζόμενοι στο φαινόμενο Doppler μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για την ταχύτητα ενός άστρου σε σχέση με τη Γη.
- 5. A. 94.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2012] Το φαινόμενο Doppler ισχύει για κάθε μορφής κύμανση, ακόμη και για τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα.

## ΘΕΜΑ Β

- 5. B. 28.** [ΟΕΦΕ 2003] Μια ηχητική πηγή  $S$  εκπέμπει ηχητικά κύματα συχνότητας  $f_s$  που διαδίδονται στον αέρα με ταχύτητα  $υ$ .
- α. Να γράψετε την εξίσωση της συχνότητας του ήχου που αντιλαμβάνεται ένας παρατηρητής ο οποίος πλησιάζει την ακίνητη πηγή με σταθερή ταχύτητα  $υ_A$  και τη συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής αν είναι αυτός ακίνητος και τον πλησιάζει η πηγή με σταθερή ταχύτητα  $υ_S = υ_A$ .
- β. Εάν είναι  $υ > υ_S$ , ποια από τις δύο συχνότητες είναι μεγαλύτερη;  
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- 5. B. 29.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2004] Ένας παρατηρητής κινείται με σταθερή ταχύτητα  $υ_A$  προς ακίνητη σημειακή ηχητική πηγή. Οι συχνότητες που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής, πριν και αφού διέλθει από την ηχητική πηγή, διαφέρουν μεταξύ τους κατά  $\frac{f_s}{10}$ , όπου  $f_s$

η συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η ηχητική πηγή. Αν  $υ$  η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα, ο λόγος  $\frac{υ_A}{υ}$  είναι ίσος με

α. 10

β.  $\frac{1}{10}$

γ.  $\frac{1}{20}$

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**5.B.30.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2005] Μια ηχητική πηγή κινείται με ταχύτητα  $υ_s$  ίση με το μισό της ταχύτητας του ήχου, πάνω σε μια ευθεία  $ε$  πλησιάζοντας ακίνητο παρατηρητή  $\Pi_1$  ενώ απομακρύνεται από άλλο ακίνητο παρατηρητή  $\Pi_2$ . Οι παρατηρητές βρίσκονται στην ίδια ευθεία με την ηχητική πηγή. Ο λόγος της συχνότητας του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής  $\Pi_1$  προς την αντίστοιχη συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής  $\Pi_2$  είναι

α. 2 .

β. 1 .

γ. 3 .

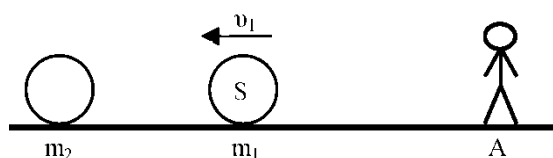
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμα.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

**5.B.31.** [ΟΕΦΕ 2005] Σημειακή μάζα  $m_1$  κινείται με ταχύτητα μέτρου  $υ_1$  και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $m_2$ . Η μάζα  $m_1$  εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$  και απομακρύνεται από ακίνητο παρατηρητή  $A$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετά την κρούση η μάζα  $m_1$  έχει ταχύτητα μέτρου  $υ_1/2$



**A.** Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της μάζας  $m_1$  που μεταφέρεται στη μάζα  $m_2$  είναι :

α. 0%

β. 75%

γ. 100%

δ. 50%

i. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

ii. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**B.** Μετά την κρούση ο ακίνητος παρατηρητής  $A$  ακούει ήχο μεγαλύτερης συχνότητας

από τη συχνότητα που εκπέμπει η πηγή, αν ο λόγος των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$  είναι :

α.  $\frac{m_1}{m_2} = 1$

β.  $\frac{m_1}{m_2} = 3$

γ.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

i. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

ii. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**5.B.32.** [Ημερ. Λύκειο Μά 2007] Μεταξύ δύο ακίνητων παρατηρητών  $B$  και  $A$  κινείται πηγή  $S$  με σταθερή ταχύτητα  $υ_s$  πλησιάζοντας προς τον  $A$ . Οι παρατηρητές και η πηγή βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Η πηγή εκπέμπει ήχο μήκους κύματος  $\lambda$ , ενώ οι παρατηρητές  $A$  και  $B$  αντιλαμβάνονται μήκη κύματος  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  αντίστοιχα. Τότε για το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει η πηγή θα ισχύει:

α.  $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ .

β.  $\lambda = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2}$ .

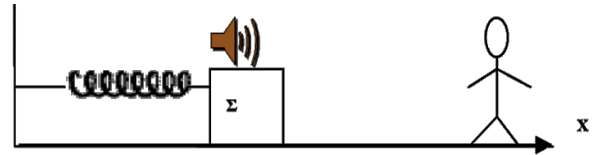
γ.  $\lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$ .

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

**5.B.33.** [ΟΕΦΕ 2007] Σώμα Σ, προσδεδεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου, την χρονική στιγμή  $t_0=0$  αρχίζει να εκτελεί στον οριζόντιο άξονα γραμμική αρμονική ταλάντωση, συχνότητας  $f = 0,2 \text{ Hz}$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Πάνω



στο σώμα Σ βρίσκεται ηχητική πηγή που είναι δεμένη ακλόνητα ως προς το σώμα Σ. Για χρονικό διάστημα από 0 έως 2,5 s η ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$ , τον οποίο ο ακίνητος παρατηρητής που βρίσκεται συνεχώς δεξιά από το ταλαντούμενο σύστημα, αντιλαμβάνεται με συχνότητα  $f_A \geq f_s$ . Αν θεωρήσετε ως θετική φορά της κίνησης τη φορά προς τα δεξιά, τότε :

α) Η χρονική εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος Σ δίνεται από τη σχέση :

i)  $x = A \eta \mu(\omega t + \pi)$

ii)  $x = A \eta \mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

iii)  $x = A \eta \mu\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right)$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

β) στη διάρκεια των 2,5s, ο παρατηρητής θα αντιληφθεί ήχο με την μέγιστη συχνότητα για :

i) 1 φορά,

ii) 2 φορές,

iii) 3 φορές

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**5.B.34.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2008] Πηγή ηχητικών κυμάτων κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_s = \frac{v}{10}$ , όπου  $v$  το μέτρο της ταχύτητας του ήχου στον αέρα. Ακίνητος παρατηρητής βρίσκεται στην ευθεία κίνησης της πηγής. Όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_1$ , και όταν η πηγή απομακρύνεται απ' αυτόν, ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_2$ .

Ο λόγος  $\frac{f_1}{f_2}$  ισούται με

α.  $\frac{9}{11}$ .

β.  $\frac{11}{10}$ .

γ.  $\frac{11}{9}$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**5.B.35.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2009] Ηχητική πηγή S εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας  $f_s$ . Όταν η πηγή πλησιάζει με ταχύτητα μέτρου  $u$  ακίνητο παρατηρητή A, κινούμενη στην ευθεία «πηγής- παρατηρητή», ο παρατηρητής A αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_1$ . Όταν ο παρατηρητής A, κινούμενος με ταχύτητα μέτρου  $u$ , πλησιάζει την ακίνητη πηγή



S, κινούμενος στην ευθεία «πηγής-παρατηρητή», αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_2$ . Τότε είναι :

α.  $f_1 > f_2$                       β.  $f_1 = f_2$                       γ.  $f_1 < f_2$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

**5.B.36.** [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2009] Ένα τρένο εκπέμπει ήχο και κατευθύνεται προς τούνελ που βρίσκεται σε κατακόρυφο βράχο. Ο ήχος που εκπέμπεται από το τρένο ανακλάται στο βράχο αυτό. Ένας παρατηρητής που βρίσκεται κοντά στις γραμμές και πίσω από το τρένο ακούει τον ήχο που προέρχεται από το τρένο με συχνότητα  $f_1$  και τον εξ' ανακλάσεως ήχο από το βράχο με συχνότητα  $f_2$ . Τότε ισχύει ότι:

α.  $f_1 < f_2$ ,                      β.  $f_1 = f_2$ ,                      γ.  $f_1 > f_2$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση.

Μονάδες 3

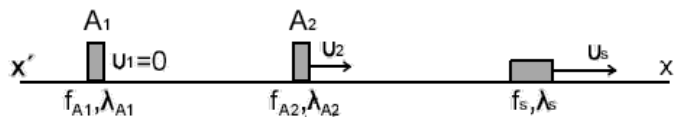
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

**5.B.37.** [ΟΕΦΕ 2009] Στην ευθεία  $x'x$  κινείται όχημα με ταχύτητα  $u_s$  μικρότερη της ταχύτητας  $u$  του ήχου στον αέρα. Από το όχημα εκπέμπεται ήχος ακουστικής συχνότητας  $f_s$  και μήκους κύματος  $\lambda_s = \frac{u}{f_s}$ . Στην ίδια ευθεία και πίσω από το όχημα βρίσκο-

νται δύο παρατηρητές  $A_1$  και  $A_2$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Ο παρατηρητής  $A_1$  είναι ακίνητος και ακούει ήχο συχνότητας  $f_{A1}$ , ενώ μετράει μήκος κύματος  $\lambda_{A1}$ . Ο παρατη-



ρητής  $A_2$  κινείται προς την ίδια φορά με το όχημα έχοντας ταχύτητα  $u_2 < u_s$  οπότε ακούει ήχο συχνότητας  $f_{A2}$ , ενώ μετράει μήκος κύματος  $\lambda_{A2}$ . Τότε ισχύει:

α.  $f_{A1} < f_{A2}$  και  $\lambda_{A1} > \lambda_{A2} > \lambda_s$

β.  $f_{A1} > f_{A2}$  και  $\lambda_{A1} < \lambda_{A2} < \lambda_s$

γ.  $f_{A1} < f_{A2}$  και  $\lambda_{A1} = \lambda_{A2} > \lambda_s$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**5.B.38.** [Ημ. Λόκειο Επαναλ 2010] Μια ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας και κινείται με σταθερή ταχύτητα. Στην ευθεία που κινείται η πηγή βρίσκεται ακίνητος παρατηρητής. Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής όταν τον έχει προσπεράσει είναι κατά 30% μικρότερη από τη συχνότητα που αντιλαμβανόταν, όταν τον πλησίαζε η πηγή. Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι  $u$ , τότε η ταχύτητα της πηγής είναι

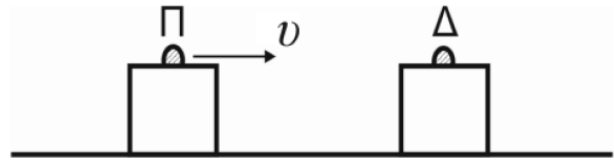
α.  $\frac{2u}{17}$ ,                      β.  $\frac{3u}{17}$ ,                      γ.  $\frac{4u}{17}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

**5.Β.39.** [ΟΕΦΕ 2011] Επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο βρίσκονται δύο μικρά και όμοια σώματα ίδιας μάζας, που φέρουν το ένα πομπό (Π) και το άλλο δέκτη (Δ) ηχητικών κυμάτων. Αρχικά το σώμα που φέρει τον πομπό, κινείται με κατεύθυνση προς το ακίνητο σώμα που φέρει το δέκτη, με



ταχύτητα μέτρου  $\frac{v_{\eta\chi}}{10}$  όπου  $v_{\eta\chi}$  είναι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Ο δέκτης, πριν την κρούση, καταγράφει συχνότητα  $f_1$  και μετά την κρούση καταγράφει συχνότητα  $f_2$ . Το πηλίκο  $\frac{f_1}{f_2}$  είναι ίσο με:

- α.  $\frac{10}{9}$  ,      β.  $\frac{81}{100}$  ,      γ.  $\frac{100}{81}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 6)

**Μονάδες 8**

**5.Β.40.** [ΟΕΦΕ 2012]

Ηχητική πηγή S και παρατηρητής A είναι αρχικά ακίνητοι σε απόσταση  $d = 50\text{m}$  μεταξύ τους. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  η πηγή αρχίζει να κινείται προς τον παρατηρητή με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_s = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  και ταυτόχρονα αρχίζει να εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας  $f_s = 400\text{Hz}$ . Το πλήθος των ηχητικών μεγίστων που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή που η πηγή φθάνει σε αυτόν είναι:

- α. 500                      β. 1000                      γ. 2000

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 4)

**Μονάδες 6**

**5.Β.41.** [Ημ. Λόγιο Επαναλ 2012] Αυτοκίνητο με ταχύτητα  $u = \frac{v}{10}$  (όπου  $v$  η ταχύτητα του

ήχου ως προς τον ακίνητο αέρα) κινείται ευθύγραμμα προς ακίνητο περιπολικό. Προκειμένου να ελεγχθεί η ταχύτητα του αυτοκινήτου εκπέμπεται από το περιπολικό ηχητικό κύμα συχνότητας  $f_1$ . Το κύμα, αφού ανακλαστεί στο αυτοκίνητο, επιστρέφει στο περιπολικό με συχνότητα  $f_2$ . Ο λόγος των συχνοτήτων  $\frac{f_2}{f_1}$  είναι:

- α.  $\frac{11}{9}$                       β.  $\frac{11}{10}$                       γ.  $\frac{9}{11}$

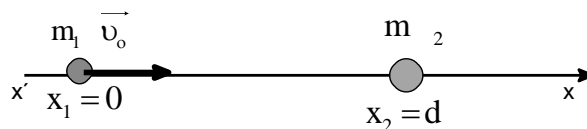
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

**Μονάδες 8**

## ΘΕΜΑ Γ

**5.Γ.5.** [ΟΕΦΕ 2002] Δύο μάζες  $m_1 = 1 \text{ kg}$  και  $m_2 = 2 \text{ kg}$  βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στις θέσεις  $x_1 = 0$  και  $x_2 = d = 30 \text{ m}$ , ενός προσανατολισμένου άξονα  $x'x$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  δίνουμε στη μάζα  $m_1$  ταχύτητα μέτρου  $u_0 = 6 \text{ m/s}$  προς τη θετική κατεύθυνση. Αν οι δύο μάζες συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά:



- Να βρείτε τις ταχύτητες των δύο μαζών μετά, την κρούση.
- Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση που δίνει τη θέση του κέντρου μάζας του συστήματος των δύο μαζών μέχρι τη σύγκρουση τους σε συνάρτηση με το χρόνο, και να την παραστήσετε γραφικά.
- Να περιγράψετε το είδος της κίνησης του κέντρου μάζας (CM.) σ' όλη τη διάρκεια του φαινομένου (πριν και μετά την κρούση) και να βρείτε την ταχύτητα του τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 3 \text{ s}$  και  $t_2 = 7 \text{ s}$ .
- Αν τη στιγμή της κρούσης ενεργοποιείται κατάλληλη διάταξη που βρίσκεται στη μάζα  $m_2$  και εκπέμπεται ηχητικό κύμα συχνότητας  $f_s = 200 \text{ Hz}$ , να βρείτε τη συχνότητα του κύματος που ανιχνεύει μια άλλη διάταξη, η οποία είναι κατάλληλα τοποθετημένη στη μάζα  $m_1$ .

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου  $u_{\eta\chi} = 340 \text{ m/s}$ .

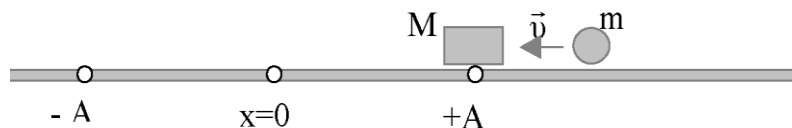
**5.Γ.6.** [ΟΕΦΕ 2004] Ένα περιπολικό με τη σειρήνα του σε λειτουργία κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα  $u_s = 20 \text{ m/s}$ , ανάμεσα σε δύο ακίνητους παρατηρητές Α και Β. Ο παρατηρητής Α ακούει ήχο συχνότητας  $f_A = 425 \text{ Hz}$ , ενώ ο παρατηρητής Β ακούει ήχο βαρύτερο από αυτόν που ακούει ο παρατηρητής Α.

- Το περιπολικό κινείται προς τον παρατηρητή Α ή προς τον παρατηρητή Β; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- Ποια είναι η συχνότητα του ήχου της σειρήνας που θα άκουγε καθένας από τους δύο παρατηρητές, αν το περιπολικό σταματούσε να κινείται;
- Ποια είναι η συχνότητα του ήχου που ακούει ο παρατηρητής Β όταν ο παρατηρητής Α ακούει ήχο συχνότητας  $f_A = 425 \text{ Hz}$ ;

Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα είναι  $u = 340 \text{ m/s}$ .

**5.Γ.7.** [ΟΕΦΕ 2006] Σώμα Σ, μάζας  $M = 3 \text{ kg}$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα  $f = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$  σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η απόσταση των ακραίων θέσεων της

τροχιάς του είναι  $0,2 \text{ m}$ . Πάνω στο σώμα Σ βρίσκεται προσαρμοσμένη ηχητική πηγή αμελητέας μάζας, που εκπέμπει ήχο με συχνότητα  $f_s = 676 \text{ Hz}$ . Δεύτερο σώμα, μάζας

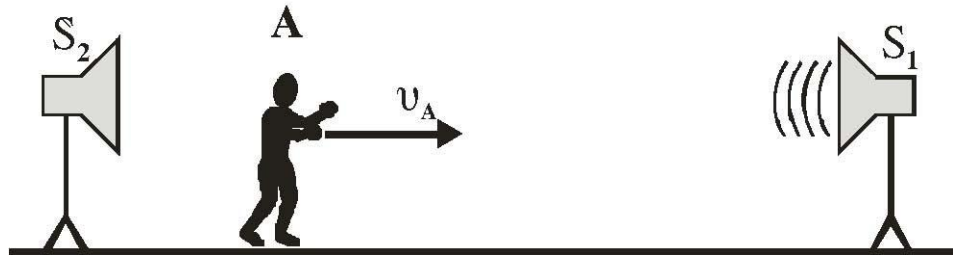


Σ. ΚΟΥΣΙΔΗΣ

ζας  $m = 1\text{ kg}$ , που κινείται με ταχύτητα μέτρου  $u = 2\sqrt{3}\text{ m/s}$ , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma$ , τη στιγμή που αυτό βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του, όπως φαίνεται στο σχήμα :

- A.** Να βρεθούν οι ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.  
**B.** Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος  $\Sigma$  από την θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο, για την ταλάντωση που ξεκινά αμέσως μετά την κρούση. Να θεωρήσετε ως χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά τη θετική φορά της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma$  πριν την κρούση.  
**Γ.** Ακίνητος δέκτης ηχητικών κυμάτων βρίσκεται στη διεύθυνση της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma$ .  
 α. Να βρεθεί η μέγιστη συχνότητα του ήχου που καταγράφει ο δέκτης μετά την κρούση.  
 β. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης επαφής που δέχεται το σώμα  $\Sigma$  τη στιγμή που ο δέκτης καταγράφει την πραγματική συχνότητα που εκπέμπει η πηγή μετά την κρούση. Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα :  $u_{\eta\chi} = 340\text{ m/s}$ .

**5.Γ.8.** [Ημ. Λύκειο Επαυλ 2011] Παρατηρητής  $A$  κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_A$  μεταξύ δύο ακίνητων ηχητικών πηγών  $S_1$  και  $S_2$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η πηγή  $S_2$  αρχικά δεν εκπέμπει ήχο, ενώ η πηγή  $S_1$  εκπέμπει ήχο με συχνότητα  $f_1 = 100\text{ Hz}$ .

**Γ1.** Υπολογίστε την ταχύτητα  $u_A$  με την οποία πρέπει να κινείται ο παρατηρητής, ώστε να ακούει ήχο με συχνότητα  $f_A = 100,5\text{ Hz}$ . Μονάδες 5

Κάποια στιγμή ενεργοποιείται και η δεύτερη ηχητική πηγή  $S_2$ , η οποία εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_2 = 100\text{ Hz}$ .

**Γ2.** Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα  $\Delta t_1$  μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει ο κινούμενος παρατηρητής. Μονάδες 6

Η συχνότητα της ηχητικής πηγής  $S_2$  μεταβάλλεται σε  $f'_2 = 100,5\text{ Hz}$ , ενώ ο παρατηρητής  $A$  σταματάει να κινείται.

**Γ3.** Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα  $\Delta t_2$  μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει ο ακίνητος παρατηρητής. Μονάδες 7

**Γ4.** Να υπολογίσετε το πλήθος των ταλαντώσεων τις οποίες εκτελεί το τύμπανο του αυτιού του παρατηρητή  $A$  μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει. Μονάδες 7

Θεωρούμε ότι οι εντάσεις των ήχων των δύο πηγών είναι ίσες και δεν μεταβάλλονται με την απόσταση. Δίνεται: ταχύτητα διάδοσης ήχου στον αέρα  $u_{\eta\chi} = 340 \text{ m/s}$ .

## ΘΕΜΑ Δ

**5.Δ.17.** [ΟΕΦΕ 2002] Σώμα μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$ , το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο  $T = 2\pi \text{ s}$  και πλάτος  $A$ , αποτελεί πηγή δύο διαφορετικών αρμονικών κυμάτων, ενός ηχητικού και ενός άλλου μηχανικού κύματος που διαδίδεται σε ομογενές γραμμικό ελαστικό μέσο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, ενώ στη θέση  $x = +A/2$  έχει κινητική ενέργεια  $K = 0,6 \text{ J}$ .

α. Να βρεθεί η τιμή του πλάτους  $A$  της ταλάντωσης του σώματος και να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της ταλάντωσης του σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. Να γραφεί η εξίσωση του τρέχοντος σώματος στο γραμμικό ελαστικό μέσο, αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι  $u = 10/\pi \text{ m/s}$  και να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$  για ένα σημείο  $M$  του μέσου που βρίσκεται στη θέση  $x_M = 40 \text{ m}$ .

γ. Ένας παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα  $u_A$  προς το σώμα - πηγή των ηχητικών κυμάτων, κινούμενος στη διεύθυνση ταλάντωσης του σώματος. Αν η μικρότερη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι  $f_{\min} = \frac{350}{688\pi} \text{ Hz}$  να βρε-

θεί η ταχύτητα  $u_A$ .

δ. Με κάποιον τρόπο αυξάνουμε κατά 20% τη μηχανική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος. Να βρεθεί η επί τις εκατό μεταβολή των παρακάτω μεγεθών:

- i) του μήκους κύματος του κύματος που διαδίδεται στο γραμμικό ελαστικό μέσο.
- ii) της ελάχιστης συχνότητας που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής.

Δίνεται  $u_{\eta\chi} = 340 \text{ m/s}$ .

**5.Δ.18.** [Ημερ. Λύκειο επαναλ. 2005] Στην οροφή ερευνητικού εργαστηρίου είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k = 60 \text{ N/m}$ , στο άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1 = 17 \text{ kg}$ . Το σύστημα ισορροπεί. Ένας παρατηρητής βρίσκεται στον κατακόρυφο άξονα  $y'y$  που ορίζει ο άξονας του ελατηρίου. Ο παρατηρητής εκτοξεύει κατακόρυφα προς τα πάνω σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$  με ταχύτητα μέτρου  $u_0 = 12 \text{ m/s}$ . Το σημείο εκτόξευσης απέχει απόσταση  $h = 2,2 \text{ m}$  από το σώμα  $\Sigma_1$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  έχει ενσωματωμένη σειρήνα που εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας  $f_s = 700 \text{ Hz}$ .

α. Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής λίγο πριν από την κρούση του σώματος  $\Sigma_2$  με το σώμα  $\Sigma_1$ .

Μονάδες 5

β. Η κρούση που επακολουθεί είναι πλαστική και γίνεται με τρόπο ακαριαίο. Να βρεθεί η σχέση που περιγράφει την απομάκρυνση  $y$  της ταλάντωσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο. Για την περιγραφή αυτή θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου ( $t=0$ ) τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά του άξονα των απομακρύνσεων τη φορά της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. Μονάδες 8

γ. Η σειρήνα δεν καταστρέφεται κατά την κρούση. Να βρεθεί η σχέση που δίνει τη συχνότητα  $f_A$ , την οποία αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής σε συνάρτηση με το χρόνο μετά την κρούση. Μονάδες 7

δ. Να βρεθεί ο λόγος της μέγιστης συχνότητας  $f_{A,max}$  προς την ελάχιστη συχνότητα  $f_{A,min}$  που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής. Μονάδες 5

Δίνονται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα  $u_{\eta\chi} = 340 \text{ m/s}$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .