

Θέμα Α

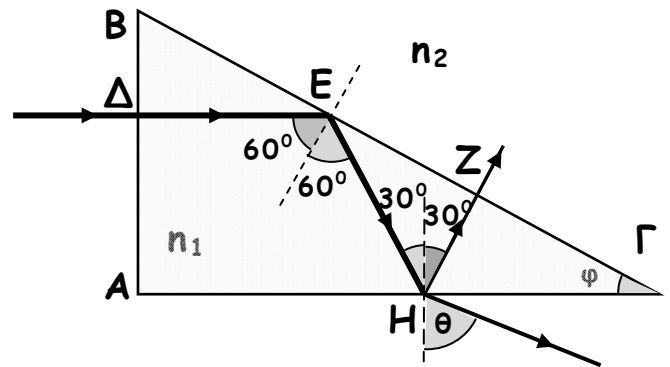
A1. γ, A2. α, A3. β, A4. γ, A5. α.Λ, β.Σ, γ.Λ, δ.Λ, ε.Σ.

Θέμα Β

B1. Η προσπίπτουσα στην πλευρά AB εισέρχεται στο πρίσμα χωρίς εκτροπή. Προσπίπτει στην υποτείνουσα ΒΓ στο σημείο Ε υπό γωνία 60° ($E = 90^\circ - \text{ΒΕΔ} = 90^\circ - \phi$). Επειδή το υγρό είναι οπτικά αραιότερο ($n_2 < n_1$), συγκρίνουμε τη γωνία $E = 60^\circ$

$$\text{με την κρίσιμη γωνία: } \eta\mu\theta_{\text{crit}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,2}{\sqrt{3}} = \frac{1,2\sqrt{3}}{3} = 0,4\sqrt{3} \quad (1)$$

Είναι $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,5\sqrt{3} \stackrel{(1)}{>} \eta\mu\theta_{\text{crit}}$. Επομένως $60^\circ > \theta_{\text{crit}}$, άρα ολική ανάκλαση στο Ε. Η ανακλώμενη ακτίνα προσπίπτει στην πλευρά ΑΓ στο σημείο Η υπό γωνία 30° (Η γωνία ΕΗΑ είναι παραπληρωματική της $\Delta\text{ΕΗ} = 120^\circ$ ως εντός και επί τα αυτά και η γωνία προσπτώσεως $H = 90^\circ - \text{ΕΗΑ} = 30^\circ$).



Είναι $\eta\mu H = \eta\mu 30^\circ = 0,5 < 0,4\sqrt{3} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \eta\mu H < \eta\mu\theta_{\text{crit}} \Rightarrow H < \theta_{\text{crit}}$. Ένα μέρος της ακτίνας εξέρχεται στο υγρό από το σημείο Η και το υπόλοιπο ανακλάται και προσπίπτει στο σημείο Ζ της πλευράς ΒΓ υπό γωνία 0° και εξέρχεται στο υγρό χωρίς εκτροπή.

Για τη γωνία διάθλασης θ , έχουμε από το νόμο του Snell:

$$n_1 \eta\mu 30 = n_2 \eta\mu \theta \Rightarrow \eta\mu \theta = \frac{\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}}{1,2} = \frac{\sqrt{3}}{2,4} = \eta\mu 46^\circ \Rightarrow \theta = 46^\circ$$

B2.1. Σωστό το γ.

$$\text{Για το σώμα Α: } a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8 - 10 \text{ m/s}}{4 - 0 \text{ s}} = -0,5 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Για το σώμα Β: } a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8 - (-10) \text{ m/s}}{4 - 0 \text{ s}} = 0,5 \text{ m/s}^2$$



$$\text{Για το Α: } \Sigma F = ma \Leftrightarrow -\mathfrak{T}_A = ma \Leftrightarrow -\mu N = ma \Leftrightarrow -\mu mg = ma \Leftrightarrow \mu = -\frac{a}{g} = 0,05$$

$$\text{Για το Β: } \Sigma F = ma \Leftrightarrow \mathfrak{T}_B = ma \Leftrightarrow \mu N = ma \Leftrightarrow \mu mg = ma \Leftrightarrow \mu = \frac{a}{g} = 0,05$$

Σημείωση: Σύμφωνα με την εκφώνηση ο σ.τ.ο. είναι ίδιος και για τα δύο σώματα, επομένως αρκεί ο υπολογισμός του για ένα από τα δύο σώματα.

B2.2. Σωστό το α.

Από Α.Δ.Ο. $\vec{p}_{\Lambda\Gamma} = \vec{p}_{\Lambda\mu} \Leftrightarrow m_A \vec{u}_A + m_B \vec{u}_B = (m_A + m_B) \vec{V}$ και αλγεβρικά

$$8m_A - 8m_B = (m_A + m_B)4 \Leftrightarrow 4m_A = 12m_B \Leftrightarrow \frac{m_A}{m_B} = 3$$

B3. Σωστό το β

Το σύστημα είναι μονωμένο και κατά τον άξονα x και κατά τον άξονα y . Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ χωριστά στους άξονες:

Άξονας y (θετική η φορά της u_{1y}):

$$\vec{p}_{\text{αρχ},y} = \vec{p}_{\text{τελ},y} \Leftrightarrow \vec{0} = m \cdot \vec{u}_{1y} + 2m \cdot \vec{u}_{2y} \Leftrightarrow \vec{u}_{1y} + 2\vec{u}_{2y} = \vec{0} \rightarrow u_1 \eta\mu 30 - 2u_2 \eta\mu 30 = 0 \Leftrightarrow u_1 = 2u_2 \quad (1)$$

Άξονας x (θετική η φορά της \vec{u}_0):

$$\vec{p}_{\text{αρχ},x} = \vec{p}_{\text{τελ},x} \Leftrightarrow m \cdot \vec{u}_0 = m \cdot \vec{u}_{1x} + 2m \cdot \vec{u}_{2x} \Leftrightarrow \vec{u}_0 = \vec{u}_{1x} + 2\vec{u}_{2x} \rightarrow u_0 = u_1 \sigma\upsilon\nu 30 + 2u_2 \sigma\upsilon\nu 30 \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} \\ \Leftrightarrow u_0 = 4u_2 \sigma\upsilon\nu 30 \Leftrightarrow u_0 = 2u_2 \sqrt{3} \quad (2)$$

$$\frac{|\Delta K|}{K_0} = \frac{K_0 - (K_1 + K_2)}{K_0} = 1 - \frac{\frac{1}{2} m u_1^2 + \frac{1}{2} 2m u_2^2}{\frac{1}{2} m u_0^2} = 1 - \frac{u_1^2 + 2u_2^2}{u_0^2} \stackrel{(1),(2)}{=} 1 - \frac{6u_2^2}{12u_2^2} = \frac{1}{2}$$

Θέμα Γ**Γ1. ΚΥΜΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΗΓΗ**

Κ: Η πηγή βρίσκεται στην αρχή $O(x=0)$ του άξονα x και δημιουργεί εγκάρσιο αρμονικό

κύμα που διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Σύμφωνα με τη θεωρία το αρμονικό κύμα που δημιουργείται θα περιγράφεται, από τη συνάρτηση:

$$y_1 = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \text{ με πεδίο ορισμού } 0 \leq x \leq \ell, \quad t \geq \frac{x}{u}$$

ΚΥΜΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΗΓΗ Λ: Η πηγή βρίσκεται στη θέση $x = \ell$ του άξονα x και δημιουργεί εγκάρσιο αρμονικό κύμα που διαδίδεται κατά την αρνητική κατεύθυνση του άξονα. Σύμφωνα με τη θεωρία το αρμονικό κύμα που δημιουργείται θα περιγράφεται από τη συνάρτηση $y = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$ ΜΟΝΟ αν το κύμα φτάνει στην αρχή

Ο τη χρονική στιγμή $t = 0$, κάτι που ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ στην περίπτωση μας.

Για την εύρεση της συνάρτησης, εργαζόμαστε σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο.

Θεωρούμε τυχαίο σημείο Σ στη θέση x ($0 < x < \ell$), στο οποίο το κύμα φτάνει τη χρ.

στιγμή $\tau = \frac{(\Lambda\Sigma)}{u} = \frac{\ell - x}{u}$. Η ταλάντωση του Σ μετά τη χρ. στιγμή τ , περιγράφεται από

τη συνάρτηση:

$$y_2 = A \eta\mu \omega(t - \tau) \Rightarrow y_2 = A \eta\mu \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{\ell - x}{u} \right) \Rightarrow y_2 = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\ell - x}{\lambda} \right) \Rightarrow y_2 = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} - \frac{\ell}{\lambda} \right)$$

με πεδίο ορισμού $0 \leq x \leq \ell, \quad t \geq \frac{\ell - x}{u}$

Οι σύγχρονες πηγές ταλαντώνονται με εξίσωση $y = 0,1 \eta\mu(10\pi t)$ (S.I.). Επομένως

$$A = 0,1\text{m}, \omega = 10\pi\text{rad/s}, f = 5\text{Hz} \text{ και } T = 0,2\text{s}.$$

$$\text{Επειδή } v = 2\text{m/s}, \text{ θα είναι } \lambda = 2 \cdot 0,2\text{m} = 0,4\text{m}$$

Με αντικατάσταση στις εξισώσεις που περιγράφουν τα 2 αρμονικά κύματα

$$y_1 = 0,1\eta\mu 2\pi(5t - 2,5x), \quad 0 \leq x \leq 4\text{m}, \quad t \geq \frac{x}{2} \text{ (S.I)}$$

$$y_2 = 0,1\eta\mu 2\pi(5t + 2,5x - 10), \quad 0 \leq x \leq 4\text{m}, \quad t \geq 2 - \frac{x}{2} \text{ (S.I)}$$

Τα 2 αυτά κύματα συμβάλλουν και σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας των απομακρύνσεων: $y = y_1 + y_2$ και μετά από τις γνωστές πράξεις καταλήγουμε στην

$$y = 0,2\sigma\upsilon\nu 2\pi(2,5x - 5)\eta\mu 2\pi(5t - 5) \text{ (S.I.)}$$

Η συμβολή θα αρχίσει τη χρονική στιγμή $t = 1\text{s}$ κατά την οποία τα κύματα φτάνουν στο μέσον της χορδής και ολοκληρώνεται τη χρονική στιγμή $t = 2\text{s}$. Επομένως μετά τα 2s θα έχει εγκατασταθεί στη χορδή μια μόνιμη κατάσταση.

Παρατηρούμε ότι η εξίσωση της συμβολής αντιστοιχεί σε εξίσωση στάσιμου κύματος, διότι για τυχαίο σημείο της χορδής, η φάση ταλάντωσης είναι συνάρτηση μόνο του χρόνου t , ενώ το πλάτος είναι συνάρτηση μόνο της θέσης x .

• ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Ένας άλλος τρόπος εργασίας, είναι να στηριχθούμε στο φαινόμενο της συμβολής. Έτσι, για το κύμα από την πηγή Κ ισχύει η

$$y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) \Rightarrow y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y_1 = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi(5t - 2,5x) \text{ (S.I)} \text{ και για το κύμα από}$$

$$\text{την πηγή Λ ισχύει η } y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right) \Rightarrow y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\ell - x}{\lambda}\right) \Rightarrow y_2 = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi\left(5t - \frac{4 - x}{0,4}\right)$$

$$\Rightarrow y_2 = 0,1\eta\mu 2\pi[5t - 2,5(4 - x)] \Rightarrow y_2 = 0,1\eta\mu 2\pi(5t + 2,5x - 10) \text{ (S.I.)}$$

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε την εξίσωση της συμβολής από δύο σύγχρονες πηγές:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{2\lambda} \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) \quad [\text{με } r_1 = x \text{ και } r_2 = \ell - x = 4 - x \text{ (SI)}]$$

$$y = 0,2\sigma\upsilon\nu \frac{2\pi(x - 4 + x)}{0,8} \eta\mu 2\pi\left(5t - \frac{x + 4 - x}{0,8}\right) \Rightarrow y = 0,2\sigma\upsilon\nu 2\pi(2,5x - 5)\eta\mu 2\pi(5t - 5) \text{ (S.I.)}$$

$$\Gamma 2. \text{ ΠΛΑΤΟΣ: } |A'| = 0,2|\sigma\upsilon\nu(5\pi x - 10\pi)|$$

$$\text{Για } x = 2,7\text{m} \text{ προκύπτει } |A'| = 0,2|\sigma\upsilon\nu(5\pi \cdot 2,7 - 10\pi)| = 0,2|\sigma\upsilon\nu(3,5\pi)| = 0 \text{ (ΔΕΣΜΟΣ)}$$

$$\text{Για } x = 3,4\text{m} \text{ προκύπτει } |A'| = 0,2|\sigma\upsilon\nu(5\pi \cdot 3,4 - 10\pi)| = 0,2|\sigma\upsilon\nu(7\pi)| = 0,2\text{m} \text{ (ΚΟΙΛΙΑ)}$$

Γ3. Στη θέση $P(x = 3\text{m})$ το κύμα από την πηγή Κ θα φτάσει τη χρονική στιγμή $t = 3/2 = 1,5\text{s}$, ενώ το κύμα από την πηγή Λ τη χρονική στιγμή $t = (4 - 3)/2 = 0,5\text{s}$

• $t_1 = 0,25\text{s}$: Κανένα κύμα δεν έχει φτάσει στο P, άρα $y = 0$

• $t_2 = 1\text{s}$: Στο P έχει φτάσει μόνο το κύμα από την πηγή Λ, άρα
 $y_2 = 0,1\eta\mu 2\pi(5 + 7,5 - 10) = 0$

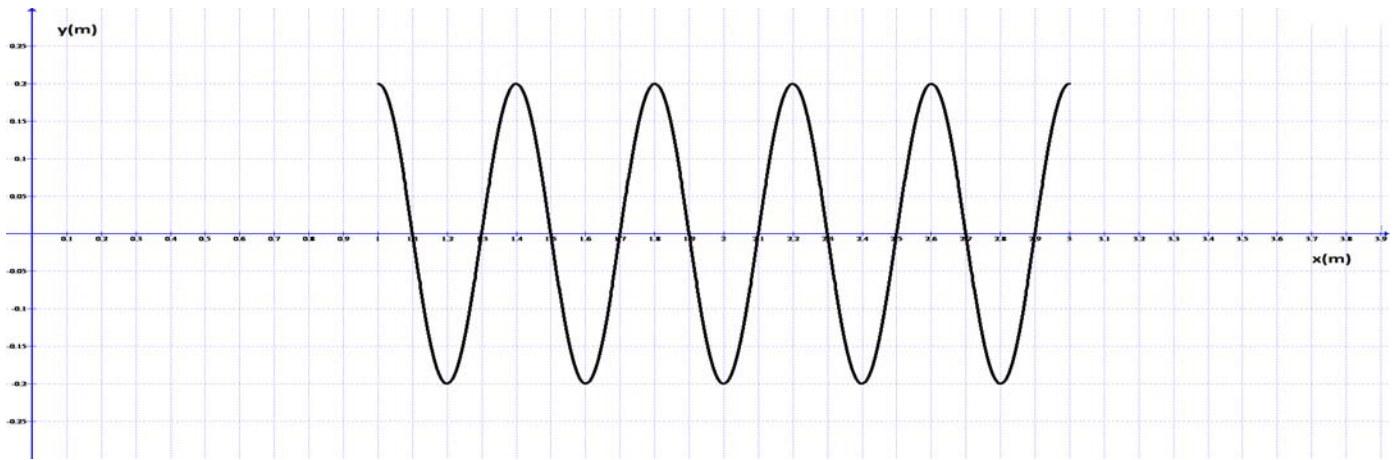
• $t_3 = 1,55\text{s}$: Στο P έχουν φτάσει και τα 2 κύματα. Άρα

$$y = 0,2\sigma\upsilon\nu 2\pi(2,5 \cdot 3 - 5)\eta\mu 2\pi(5 \cdot 1,55 - 5) = 0,2\sigma\upsilon\nu 5\pi \cdot \eta\mu 5,5\pi = 0,2(-1)(-1) = 0,2\text{m}$$

Γ4. Τη χρ. στιγμή $t = 2,75s$ το στάσιμο έχει εγκατασταθεί σε όλο το μήκος της χορδής. Επομένως $y = 0,2\sin 2\pi(2,5x - 5)t + 2\pi(5 \cdot 2,75 - 5) = 0,2\sin(5\pi x - 10\pi) + \sin(17,5\pi)$

$\Rightarrow y = 0,2\sin 5\pi x(-1) \Rightarrow y = -0,2\sin 5\pi x (S.I.), 1m \leq x \leq 3m$

Για $x = 1m$: $y = -0,2 \cdot (-1) = 0,2m$

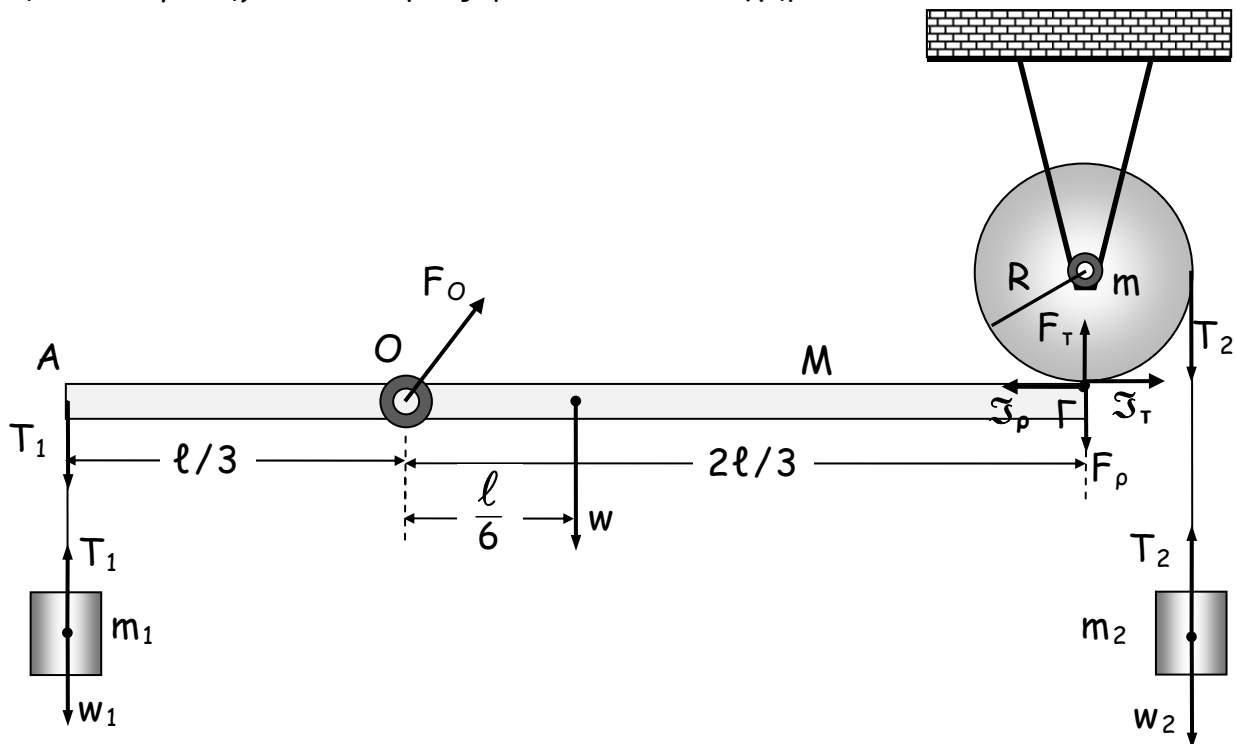


Θέμα Δ

Δ1. Στο σώμα m_1 ασκούνται οι δυνάμεις w_1 και T_1 . Το σώμα ισορροπεί άρα $\Sigma F = 0$ ή $T_1 = w_1$ άρα $T_1 = m_1g$. Όμοια στο σώμα m_2 θα είναι $T_2 = m_2g$.

Στην τροχαλία ασκούνται οι δυνάμεις T_2 από το νήμα, η δύναμη στήριξης στον άξονα και το βάρος (δεν έχουν σχεδιαστεί) και η δύναμη από την ράβδο στο σημείο Γ που έχει αναλυθεί στην κάθετη αντίδραση F_T και στην στατική τριβή \mathfrak{S}_T .

Στην ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις T_1 και T_2 από τα νήματα, το βάρος w , η δύναμη στήριξης στον άξονα F_O και η δύναμη από την τροχαλία που έχει αναλυθεί στην δύναμη κάθετης αντίδρασης F_p και στην στατική τριβή \mathfrak{S}_p ($F_p = F_T$ και $\mathfrak{S}_p = \mathfrak{S}_T$ σαν δράση - αντίδραση). Οι δυνάμεις φαίνονται στο σχήμα.



Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της σύμφωνα με το

$$\theta. \text{ Steiner είναι } I_{(O)} = \frac{1}{12} M \ell^2 + M \left(\frac{\ell}{6} \right)^2 \text{ ή } I_{(O)} = \frac{M \ell^2}{12} + \frac{M \ell^2}{36} \text{ άρα } I_{(O)} = \frac{M \ell^2}{9}.$$

Το σώμα m_1 ισορροπεί επομένως $T_1 = w_1$ άρα $T_1 = m_1 g$. ($T_1 = 40 \text{ N}$)

Η ράβδος ισορροπεί άρα $\Sigma \tau_{(O)} = 0$ ή $T_1 \frac{\ell}{3} - Mg \frac{\ell}{6} - F_p \frac{2\ell}{3} = 0$ άρα $F_p \frac{2}{3} = m_1 g \frac{1}{3} - Mg \frac{1}{6}$ ή

$$4F_p = 2m_1 g - Mg \text{ άρα } F_p = \frac{2m_1 g - Mg}{4} \text{ (1). } (F_p = 15 \text{ N})$$

Το σώμα m_2 ισορροπεί επομένως $T_2 = w_2$ άρα $T_2 = m_2 g$.

Ο κύλινδρος ισορροπεί άρα $\Sigma \tau = 0$ ή $\mathfrak{T}_T \cdot R - T_2 \cdot R = 0$ και $\mathfrak{T}_p = \mathfrak{T}_T$ άρα $\mathfrak{T}_p = m_2 g$ (2).

Για να μην έχουμε ολίσθηση στο Γ πρέπει $\mathfrak{T}_p \leq \mu_s \cdot F_p \xrightarrow{(1)} m_2 g \leq \mu_s \frac{2m_1 g - Mg}{4}$ επομέ-

νωσ $m_2 \leq \mu_s \frac{2m_1 - M}{4}$ άρα $m_{2, \max} = \mu_s \frac{2m_1 - M}{4}$ ή $m_{2, \max} = 0,4 \cdot \frac{2 \cdot 4 - 2}{4}$ άρα **$m_{2, \max} = 0,6 \text{ kg}$** .

Όταν έχουμε τη μέγιστη m_2 η οριακή τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης, άρα $\mathfrak{T} = m_{2, \max} \cdot g$ ή $\mathfrak{T} = 0,6 \cdot 10$ άρα $\mathfrak{T} = 6 \text{ N}$. (Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε και από την (1) με αντικατάσταση στην $\mathfrak{T} = \mu_s \cdot F_p$).

Δ2. Είναι $m_3 > m_{2, \max}$ άρα το σύστημα αρχίζει να στρέφεται, όπως στο σχήμα.

Για το σώμα m_3 είναι $\Sigma F = m_3 \cdot a$ ή $m_3 \cdot g - T_3 = m_3 \cdot a$ (3)

Για την τροχαλία είναι $\Sigma \tau = I_K \cdot a_{\gamma\omega\nu}$ ή $T_3 \cdot R - \mathfrak{T} \cdot R = \frac{1}{2} m R^2 a_{\gamma\omega\nu}$

$$\text{ή } T_3 - \mathfrak{T} = \frac{1}{2} m R a_{\gamma\omega\nu} \text{ (4).}$$

Η επιτάχυνση a του σώματος m_3 είναι ίση με το ρυθμό που αυξάνεται η ταχύτητα του σημείου K της τροχαλίας, άρα

$$a = \frac{dv}{dt} \text{ ή } a = \frac{d(\omega R)}{dt} \text{ ή } a = R \frac{d\omega}{dt} \text{ άρα } a = a_{\gamma\omega\nu} R \text{ (5)}$$

$$\text{Από (4), (5) έχουμε } T_3 - \mathfrak{T} = \frac{1}{2} m a \text{ (6).}$$

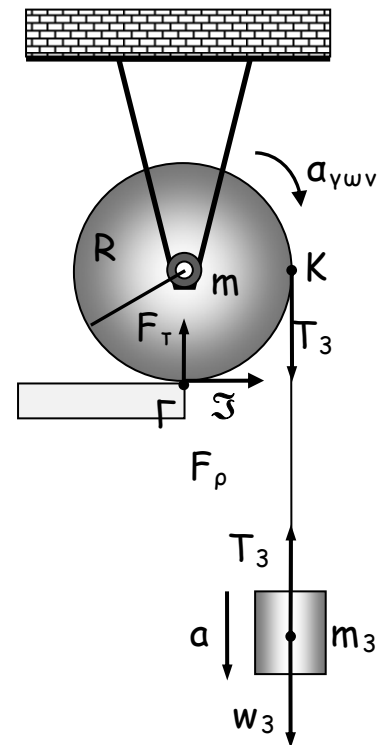
Αν προσθέσουμε κατά μέλη τις (3) και (6) έχουμε $m_3 g - \mathfrak{T}_3 + \mathfrak{T}_3 - \mathfrak{T} = m_3 a + \frac{1}{2} m a$ ή $2(m_3 g - \mathfrak{T}) = (2m_3 + m)a$ επομένως

$$a = \frac{2(m_3 g - \mathfrak{T})}{2m_3 + m} \text{ ή } a = \frac{2 \cdot (1 \cdot 10 - 6)}{2 \cdot 1 + 6} \text{ άρα } \mathbf{a = 1 \text{ m/s}^2}.$$

Για την τροχαλία έχουμε $\frac{dL}{dt} = I_K a_{\gamma\omega\nu}$ ή $\frac{dL}{dt} = \frac{1}{2} m R^2 \frac{a}{R}$ άρα $\frac{dL}{dt} = \frac{1}{2} m R a$ επομένως

$$\frac{dL}{dt} = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ kg} \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ άρα } \mathbf{\frac{dL}{dt} = 0,6 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}.$$

Εναλλακτικά : $\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau$ ή $\frac{dL}{dt} = (T_3 - \mathfrak{T})R$ άρα από (6) έχουμε $\frac{dL}{dt} = \frac{1}{2} m a R$ κτλ.



Δ3. Για την κίνηση του m_3 ισχύει $h = \frac{1}{2}at^2$ άρα $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ή $t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{1}}$ άρα $t = 2s$.

Για την τροχαλία έχουμε: $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{a}{R}$ ή $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{1}{0,2}$ άρα $a_{\gamma\omega\nu} = 5 \text{ rad/s}^2$.

Η γωνιακή ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t = 2s$ είναι $\omega = a_{\gamma\omega\nu} \cdot t$ ή $\omega = 5 \text{ rad/s}^2 \cdot 2s$ άρα $\omega = 10 \text{ rad/s}$. Η στροφορμή της τροχαλίας είναι $L = I \cdot \omega$ άρα $L = \frac{1}{2}mR^2\omega$ ή

$$L = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ kg} \cdot (0,2 \text{ m})^2 \cdot 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ άρα } L = 1,2 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}.$$

Η τροχαλία τη χρονική στιγμή $t = 2s$ έχει διαγράψει γωνία $\theta = \frac{1}{2}a_{\gamma\omega\nu}t^2$ επομένως

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot (2s)^2 \text{ άρα } \theta = 10 \text{ rad}.$$

Το ποσό θερμότητας που έχει παραχθεί από την τριβή στο σημείο Γ είναι αντίθετο με το έργο της τριβής στη χρονική διάρκεια $\Delta t = 2s$, άρα $Q = |W_3|$ ή $Q = \tau_3 \cdot \theta$ άρα $Q = \mathfrak{F} \cdot R \cdot \theta$ ή $Q = 6 \text{ N} \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 10 \text{ rad}$ άρα **$Q = 12 \text{ J}$** .

Δ4. Όταν κόψουμε το νήμα που συνδέει το m_1 με τη ράβδο η ροπή του βάρους αρχίζει να στρέφει τη ράβδο. Όταν η ράβδος είναι κατακόρυφη έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα ω .

Με εφαρμογή του θεωρήματος Έργου - Ενέργειας στη ράβδο έχουμε :

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\text{ολ}} \text{ ή } \frac{1}{2}I_p\omega^2 - 0 = Mg\frac{\ell}{6} \text{ άρα}$$

$$\frac{1}{2} \frac{M\ell^2}{9} \omega^2 = Mg\frac{\ell}{6} \text{ επομένως } \frac{\ell}{18} \omega^2 = \frac{g}{6} \text{ άρα}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}} \quad (7).$$

Στο σημείο στήριξης του άξονα O έχουμε δύναμη μόνο στον κατακόρυφο άξονα. (Όταν η ράβδος είναι κατακόρυφη $\Sigma \tau = 0$ άρα $a_{\gamma\omega\nu} = 0$ άρα $a_{\text{cm}} = 0$ και από την $\Sigma F_x = m \cdot a_{\text{cm}}$ είναι $F_{O,x} = 0$)

Για τον κατακόρυφο άξονα ισχύει $\Sigma F_y = F_{\text{κεντρ}}$ άρα $F - w = \frac{M u_{\text{cm}}^2}{r}$, αλλά $u_{\text{cm}} = \omega \cdot r$ επο-

μένως $F - Mg = \frac{M(\omega r)^2}{r}$ άρα $F = Mg + M\omega^2 r$. Η ακτίνα της τροχιάς του cm είναι $r = \frac{\ell}{6}$

και με τη χρήση της (7) έχουμε $F = Mg + M \cdot \frac{3g}{\ell} \cdot \frac{\ell}{6}$ ή $F = Mg + \frac{Mg}{2}$ άρα $F = \frac{3Mg}{2}$ επομέ-

νως $F = \frac{3 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{2}$ άρα **$F = 30 \text{ N}$** .

